Научная статья
УДК 519.2: 378.146
EDN LJVIDZ
DOI 10.17150/2713-1734.2026.8(3).409-426

В.В. Братищенко
Байкальский государственный университет,
г. Иркутск, Российская Федерация

Применение softmax-модели экзаменационных оценок для прогнозирования успеваемости

Аннотация. Актуальность исследования обусловлена необходимостью прогнозирования показателей успеваемости студентов для управления учебным процессом и повышения качества обучения. На основании обзора научных работ сделан вывод о необходимости построения вероятностной модели экзаменационного оценивания, учитывающей подготовленность студентов и трудность экзаменов. Для прогнозирования предложено использовать авторскую модель: распределение вероятности экзаменационной оценки определяется в виде функции softmax с параметрами подготовленности студента и трудности экзамена для каждой градации оценки. Параметры распределения вычисляются численными методами по набору оценок. Распределения вероятностей оценок позволяют предсказать количество оценок каждой градации для экзамена или академической группы, а также количество неуспевающих для заданных множеств студентов и экзаменов.

Методы прогнозирования были апробированы на реальном наборе оценок студентов одного направления обучения. По итогам обработки набора оценок были определены параметры подготовленности студентов и трудности экзаменов. Нормальное распределение отклонений оценок от математических ожиданий соответствующих распределений вероятностей прошло проверку по критерию хи-квадрат. Были вычислены показатели точности прогнозирования. Результаты прогнозирования сравнивались с предсказаниями, полученными применением известных алгоритмов классификации. Методы на основе softmax-модели продемонстрировали существенно лучшие показатели точности прогнозирования. Другим преимуществом предложенной модели является определение распределений вероятностей оценок, что позволяет находить дисперсию и доверительный интервал любого прогноза.

Ключевые слова. Прогнозирование успеваемости, распределение вероятностей оценки, латентные параметры, функция softmax, алгоритмы классификации.

Информация о статье. Дата поступления: 5 мая 2026; дата принятия к публикации: 13 октября 2026 г.; дата онлайн-размещения: 11 ноября 2026 г.

Для цитирования. Братищенко В.В. Применение softmax-модели экзаменационных оценок для прогнозирования успеваемости / В.В. Братищенко. — DOI 10.17150/2713-1734.2026.8(3).409-426. — EDN LJVIDZ // System Analysis & Mathematical Modeling. — 2026. — Т. 8, № 3. — С. 409–426.

© Братищенко В.В., 2026

ISSN 2713-1734

Original article

V.V. Bratischenko
Baikal State University,
Irkutsk, Russian Federation

Application of the Softmax Model of Exam Grades for Predicting Academic Performance

Abstract. The relevance of the research stems from the need to predict student performance indicators in order to manage the educational process and improve the quality of education. Based on a review of scientific papers, it is concluded that it is necessary to build a probabilistic model of examination assessment, taking into account student ability and exam difficulty. It is proposed to use an author-developed model for forecasting: the probability distribution of an exam grade is defined as a softmax function with parameters of student ability and exam difficulty for each grade category. The distribution parameters are calculated numerically from a dataset of grades. The grade probability distributions enable the prediction of the number of grades in each category for an exam or academic group, as well as the number of underperforming students for a given set of students and exams.

The forecasting methods were tested on an empirical dataset of student grades from one field of study. By processing the grade data, the parameters of student ability and exam difficulty were determined. The normal distribution of the deviations of the actual grades from the expected values of the corresponding probability distributions was tested using the chi-square test. The forecasting accuracy metrics were calculated. The prediction results were compared with the predictions generated by standard classification algorithms. Methods based on the softmax model demonstrated significantly higher forecasting accuracy. Another advantage of the proposed model is the calculation of grade probability distributions, which makes it possible to compute the variance and confidence interval for any forecast.

Keywords. Academic performance prediction, grade probability distribution, latent parameters, softmax function, classification algorithms.

Article info. Received 5 May, 2026; Accepted 10 October, 2026; Available online 11 November, 2026.

For Citation. Bratischenko V.V. Application of the Softmax Model of Exam Grades for Predicting Academic Performance. *System Analysis & Mathematical Modeling*, 2026, vol. 8, no. 3, pp. 409–426. (In Russian). EDN: LJVIDZ. DOI: 10.17150/2713-1734.2026.8(3).409-426.

Введение

Экзаменационное оценивание — важная часть учебного процесса. Для студента оценка — это уровень его знаний и стимул для развития. Список всех оценок фиксируется в итоговом документе и свидетельствует о выполнении программы обучения и готовности выпускника к профессиональной деятельности. Эти сведения используются работодателями для принятия решений о трудоустройстве.

Экзаменационные оценки определяют итоги работы преподавателя. Оценки по дисциплине характеризуют степень соответствия знаний и умений обучающихся требованиям, определенным программой изучения дисциплины. Анализ оценок позволяет улучшить методику преподавания и технологию экзаменационного оценивания.

Оценки характеризуют качество обучения в учебном заведении и являются основой для решения задач управления: определение номенклатуры академических групп, планирование педагогической нагрузки, повышение качества обучения. Для решения этих задач нужны средства анализа и прогнозирования успеваемости. Об актуальности этого направления исследований говорит большое количество публикаций на эту тему.

Дисперсионный анализ оценок [1] однозначно показывает неоднородность множества оценок и по экзаменам, и по экзаменуемым: есть трудные и легкие экзамены, хорошо и плохо подготовленные студенты. Выявление зависимостей оценок от различных факторов позволило бы использовать эти закономерности для прогнозирования успеваемости.

Прогноз строится для разных показателей успеваемости. Прежде всего, интерес представляют персональные достижения обучающихся. Для прогноза в этом случае выбирают среднюю оценку. Средние оценки нивелируют различные случайности, сопровождающие экзаменационное оценивание, и точнее отражают персональные результаты обучения. Оценки измеряются в порядковых шкалах, для которых некорректно применение усреднения. Вместо средних оценок используют классификацию студентов по учебным достижениям и прогнозируют класс обучающегося [2]. Прогноз может быть выполнен для оценки выпускной квалификационной работы, как общего итога обучения [3]. Прогнозирование оценки по дисциплине строят по данным текущей успеваемости [4; 5] при наличии таких сведений.

Исходными данными для прогнозов служат уже полученные оценки. Для повышения точности прогнозирования используют дополнительные сведения:

– результаты ЕГЭ,

– персональные данные: возраст, пол,

– социальные факторы: проживание, источник финансирования обучения, сведения о родителях,

– данные текущей успеваемости [4; 5], в том числе из систем дистанционного обучения [6].

Многие исследователи выделяют психологические характеристики как решающие факторы успешности обучения [2; 7–10]. Широкому применению таких характеристик для прогнозирования успеваемости препятствует высокая трудоемкость подобных измерений. Психологические характеристики заменяют разбиением обучающихся на классы или кластеры [11; 12] по итогам обучения. Разбиения используют для более точного выявления зависимостей внутри класса или кластера.

В качестве математических моделей прогнозирования применяют уравнения регрессии. Чаще всего используют линейную регрессию

[13–17]. В исследовании [18] отмечается отсутствие статистически значимых линейных связей между вступительными баллами и успеваемостью обучающихся. Для описания последовательности оценок применяются цепи Маркова [19; 20] и рекуррентные нейронные сети [21], ориентированные на обработку последовательностей.

Для измерения влияния различных факторов на успеваемость применяются модели классификации [6; 17; 22; 12; 23]. Классами в модели могут быть градации оценок. В задачах классификации используются не только агрегированные данные успеваемости, но и оценки по дисциплинам. В этом случае обученный классификатор может предсказывать оценку по дисциплине по персональным данным обучающегося.

На точность прогнозирования оказывает влияние выполнение условий применения моделей. В регрессионных зависимостях предполагается, что случайность отклонений однородна. Очевидно, что отклонения для отличников могут значимо отличаться от отклонений других категорий обучающихся.

Индивидуальные способности играют существенную роль в обучении. Кто-то лучше понимает математические закономерности, кто-то — категории искусства. В основной массе, обучающиеся демонстрируют тенденцию получать хорошие или плохие оценки независимо от дисциплины. Среди факторов, влияющих на успеваемость, рассматриваются характеристики личности, названные в [24] академическими способностями, в которые объединяют когнитивные, психомоторные, коммуникативные, организаторские, волевые способности. Для измерения таких способностей используются соответствующие психологические тесты.

Каждый экзаменатор формирует собственные принципы выставления оценок. Понятия «трудный» и «легкий» экзамен не всегда связаны со сложностью дисциплины. Дисперсионный анализ демонстрирует, что оценки разных экзаменов не принадлежат одной генеральной совокупности. Это справедливо и в отношении оценок разных студентов. Таким образом, оценка зависит, с одной стороны, от обучающегося, с другой — от экзамена. Оценка опосредованно измеряет и подготовленность обучающегося, и трудность экзамена. Для выявления таких закономерностей нужна специальная модель экзаменационных оценок.

Как многие социально-психологические измерения, экзаменационные оценки являются следствием известного диалектического закона «закономерность прокладывает дорогу через случайность». Это классическая диалектическая пара «необходимость и случайность». Случайность — это не отсутствие закона, а форма его проявления, связанная с переплетением множества причин. Актуальной задачей является построение вероятностной модели экзаменационного оценивания и прогнозирование на этой основе показателей успеваемости.

Материалы и методы

Различные алгоритмы классификации [25] могут быть использованы для прогнозирования экзаменационных оценок в зависимости от различных факторов. Оценки в этом случае рассматриваются как наблюдения соответствующих классов. В отличии от регрессионных моделей классификаторы обучаются выделять любые виды влияния факторов, а не только предусмотренные типом функции регрессии. Особенностью алгоритмов классификации является отсутствие описания зависимости в виде формулы. Например, результат обучения нейронной сети заключается в определении множества весовых коэффициентов для каждого из нескольких сотен нейронов.

Основными исходными данными для обучения классификаторов являются оценки, каждая из которых связана со студентом и экзаменом. Множество оценок студента неявно характеризует его академические способности. Точно так же множество оценок экзамена характеризует особенности соответствующей технологии оценивания. Из личных дел студентов можно получить дополнительные атрибуты для использования в алгоритмах классификации.

Наиболее детально проработаны показатели бинарной классификации. Мультиклассовую классификацию можно свести к бинарной, выделяя некоторый класс как основной, а все остальные классы объединяя в противоположный класс.

В бинарной классификации каждое наблюдение относят к одному из следующих случаев:

– TP (True Positive): верно предсказанный «положительный» класс;

– FP (False Positive): ошибочно предсказанный «положительный» класс (ошибка первого рода);

– FN (False Negative): ошибочно предсказанный «отрицательный» (ошибка второго рода);

– TN (True Negative): верно предсказанный «отрицательный» класс.

Кроме общей точности предсказания

$$\mathrm{CA} = \text{common accuracy} = \frac{\mathrm{TP} + \mathrm{TN}}{\mathrm{TP} + \mathrm{FP} + \mathrm{FN} + \mathrm{TN}}$$

вводят специальные метрики:

– точность — «качество положительных прогнозов»

$$\text{Precision} = \frac{\mathrm{TP}}{\mathrm{TP} + \mathrm{FP}};$$

– полнота или True Positive Rate — «охват положительного класса»

$$\mathrm{TPR} = \mathrm{Recall} = \frac{\mathrm{TP}}{\mathrm{TP} + \mathrm{FN}};$$

– F1-score (F1-мера) — гармоническое среднее между точностью и полнотой, которое принимает значения от 0 до 1, где 1 — идеальная модель

$$\mathrm{F1} = 2\,\frac{\mathrm{Precision} \cdot \mathrm{Recall}}{\mathrm{Precision} + \mathrm{Recall}};$$

– специфичность или True Negative Rate — характеристика качества классификации отрицательного класса

$$\mathrm{TNR} = \mathrm{Specificity} = \frac{\mathrm{TN}}{\mathrm{TN} + \mathrm{FP}}.$$

Принадлежность к классу в бинарном случае классификаторы решают просто, если вероятность положительного класса больше 0,5, то наблюдение относят к положительному классу. Для повышения надежности прогнозирования положительного класса вводят специальную точку отсечения — вероятность, начиная с которой наблюдение относят к положительному классу. Для каждого значения точки отсечения можно вычислить полноту — TPR и долю ошибок среди наблюдений положительного класса FPR. Кривая, соединяющая точки x = FPR, y =TPR для каждого значения точки отсечения, носит название ROC-кривой (Receiver Operating Characteristic). Площадь под ROC-кривой является интегральной характеристикой классификатора и носит название AUC (Area Under Curve). Чем ближе AUC к 1, тем выше качество классификации.

В качестве альтернативы алгоритмам классификации предлагается вероятностная модель оценки. Модели оценок, в которых вероятность оценки зависит от подготовленности обучающегося и от трудности задания, использует современная теория тестирования — Item Response Theory (IRT). В модели, предложенной Георгом Рашем [26; 27] (Georg Rasch) для описания бинарных оценок за тестовые задания, вероятность

$$P\{X_{ij} = 1\} = \frac{\exp(\theta_i)}{\exp(\theta_i) + \exp(\delta_j)} = \frac{\exp(\theta_i - \delta_j)}{1 + \exp(\theta_i - \delta_j)}$$

правильного ответа i-го тестируемого на j-е задание зависит от параметра θ_i подготовленности студента и параметра δ_j трудности задания. Параметры не наблюдаются непосредственно и называются латентными. Данную модель характеризуют как однопараметрическую, так как она зависит от разности латентных параметров $\theta_i - \delta_j$.

Используется несколько модификаций модели Раша с дополнительными параметрами. В тестовых заданиях могут использоваться политомические шкалы, для которых применяется Partial Credit Model (PCM) [28]. В PCM вероятность выбора

$$P\{X_{ij} = k\} = \frac{\exp\left(k\theta_i - \sum_{l=0}^{k} \delta_{jl}\right)}{\sum_{h=0}^{K} exp\left(\sum_{l=0}^{h}\left(\theta_i - \delta_{jl}\right)\right)},$$

где $k \in \{0,1, ..., K\}$ — градация оценки, зависит от подготовленности студента θ_i и трудности δ_{jl} l–го шага j–го задания ($\delta_{j0} = 0$).

Для повышения точности моделирования предлагается использовать параметры влияния индивидуальных характеристик обучающегося на вероятность каждой градации оценки. В работе [29] для описания распределения вероятностей градаций оценки предложено использовать функцию softmax — многомерную сигмоиду

$$p_{ijk} = P\left(X_{ij} = k\right) = \frac{\exp\left(\theta_{ik} - \delta_{jk}\right)}{\sum_{h=0}^{K} \exp\left(\theta_{ih} - \delta_{jh}\right)}, \quad (1)$$

где $k = 0, ..., K$ — номер градации оценки в политомической шкале,

K — максимальный номер градации в шкале,

θ_{ik} — подготовленность i-го обучающегося добиться k-й градации,

δ_{jk} — трудность добиться k-й градации на j-м экзамене.

Оценки — случайные величины $\{X_{ij}\}$ — полагаются независимыми в совокупности.

Методом максимального правдоподобия находятся уравнения, связывающие оценки и латентные параметры. Уравнения решаются итерационными методами. Процесс сходится к одному из возможных решений — все параметры определяются с точностью до некоторого общего для всех параметров смещения. На распределение вероятностей смещение не влияет, так как вероятность (1) зависит от разностей параметров подготовленности и трудности и не зависит от общего смещения.

Полезность модели можно оценить коэффициентом детерминации

$$R^2 = 1 - \frac{D[X|\theta, \delta]}{D[X]} = 1 - \sum\left(x_{ij} - M\left[X_{ij}\right]\right)^2 / \sum\left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2,$$

который определяет «долю изменчивости» описываемой моделью, т.е. долю выявленной зависимости в общем разбросе значений. Коэффициент детерминации меньше единицы в силу случайности формирования оценок. Конечно, к случайности будут отнесены зависимости, которые модель игнорирует.

Распределение вероятностей (1) предлагается использовать для предсказания оценок. В качестве предсказания можно использовать математическое ожидание, однако, в этом случае предсказанное значение может быть дробным. Мода в качестве предсказания может значительно отличаться от математического ожидания. Распределение вероятностей дает наиболее точное представление о шансах получения определенной градации оценки.

Предсказание неудовлетворительной оценки $P\{X_{ij} = 0\}$ по формуле (1) может сыграть роль психологического стимула для обучающегося. Для управления учебным процессом полезным может быть предсказание количества $M_j^{(k)}$ оценок k-й градации для j-го экзамена в виде математического ожидания

$$M\left[M_j^{(k)}\right] = \sum_i P\{X_{ij} = k\},$$

где суммирование выполняется по всем обучающимся, сдающим j-й экзамен. Так как количество оценок k-й градации является суммой бернуллиевских случайных величин, то можно рассчитать ее дисперсию

$$D\left[M_j^{(k)}\right] = \sum_i P\{X_{ij} = k\}\left(1 - P\{X_{ij} = k\}\right).$$

Аналогичным суммированием по множеству оценок может быть рассчитано математическое ожидание количества оценок k-й градации для студента или академической группы. Наиболее критичным для вуза является количество задолженностей $M_j^{(0)}$. Приведенные формулы позволяют спрогнозировать среднее количество задолжников и построить соответствующие интервальные оценки.

Вероятность того, что студент окажется задолжником

$$P_i^{(0)} = 1 - \prod_j \left(1 - P\{X_{ij} = 0\}\right)$$

может быть использована для прогнозирования количества задолжников $N^{(0)}$ по итогам сессии в виде математического ожидания

$$M\left[N^{(0)}\right] = \sum_i \left(1 - \prod_j \left(1 - P\{X_{ij} = 0\}\right)\right).$$

Результаты

Для апробации алгоритмов предсказания использовался набор из 4262 оценок 176 студентов одного направления обучения по 52 дисциплинам. Набор прошел предварительную очистку — из него были удалены студенты и дисциплины, у которых оказалось меньше 10 оценок, для соблюдения условий надежности статистических выводов. Дополнительно оценки были заменены номерами

классов: 0 — оценка «неудовлетворительно», 1 — оценка «удовлетворительно», 2 — оценка «хорошо», 3 — оценка «отлично».

Были выбраны следующие классификаторы:

– Tree — классифицирующее дерево;

– Random Forest — случайный лес, включающий 50 классифицирующих деревьев;

– AdaBoost — адаптивный бустинг, использующий 50 классификаторов;

– kNN — алгоритм k=5 ближайших соседей;

– Neural Network — нейронная сеть с одним внутренним слоем из 100 нейронов;

– Naive Bayes — наивный байесовский классификатор;

– Logistic Regression — логистическая регрессия.

Итоги обучения классификаторов приведены в табл. 1. Наилучшую точность классификации продемонстрировал случайный лес. На рис. 1 приведены ROC-кривые классификаторов. Визуально кривая для случайного леса выглядит более выпуклой, что подтверждается показателем AUC — площадью под ROC-кривой.

Таблица 1

Итоги обучения классификаторов

Классификатор	AUC	CA	F1	Precision	Recall
Random Forest	0,7498	0,5221	0,5068	0,5240	0,5221
AdaBoost	0,6969	0,5195	0,5171	0,5168	0,5195
Neural Network	0,6905	0,4730	0,4599	0,4668	0,4730
Tree	0,6520	0,4587	0,4569	0,4614	0,4587
Naive Bayes	0,6526	0,4108	0,3850	0,4512	0,4108
kNN	0,6362	0,4420	0,4414	0,4410	0,4420
Logistic Regression	0,5527	0,2349	0,2178	0,3198	0,2349

На рис. 2 приведена матрица ошибок «случайного леса».

Дополнительные сведения о значимости факторов позволяет получить классификатор Random Forest. При построении дерева решений алгоритм выбирает для очередного ветвления дерева тот фактор, который максимально снижает неоднородность классов в дочерних узлах. Общее снижение неоднородности по всем узлам, где использовался фактор, и является мерой его важности. Для классификатора Random Forest снижение неоднородности для каждого фактора усредняется и нормируется.

Другой метод Permutation importance оценивает, насколько сильно ухудшится точность уже обученной модели, если значения конкретного фактора будут случайно перемешаны. Этот метод более универсален, так как может применяться к любой модели.

Данные по оценке значимости факторов, приведенные в табл. 2, подтверждают наибольшее влияние на оценку экзамена и обучающе-

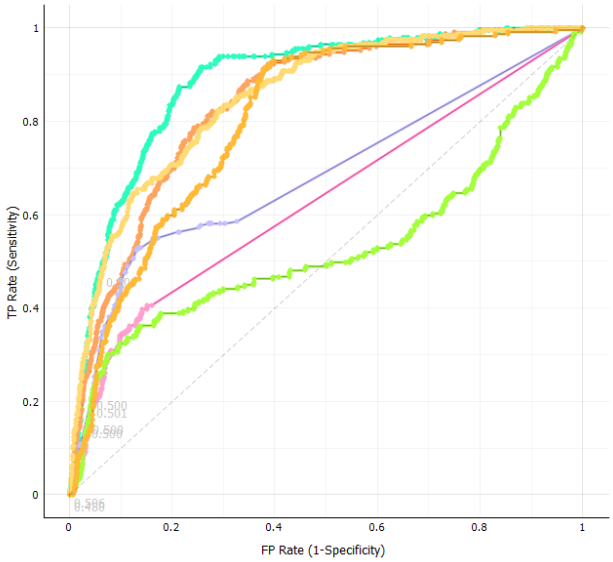


Рис. 1. ROC графики классификаторов для класса 0 «неудовлетворительно»

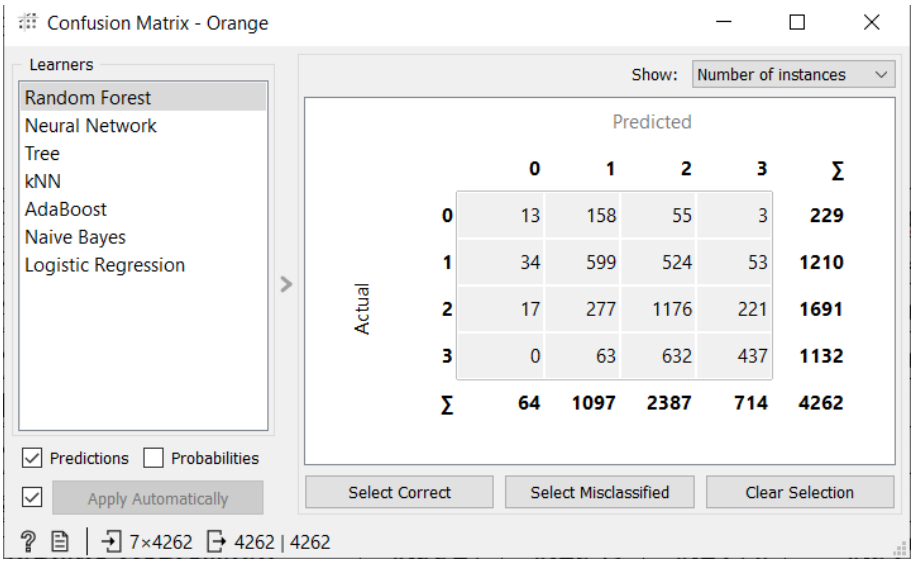


Рис. 2. Матрица ошибок классификатора «случайный лес»

гося (суммарная мера важности факторов, связанных со студентом и экзаменом составляет 0,635). Следующую группу факторов влияния с малыми значениями меры важности образуют оценки ЕГЭ (суммарная мера 0,276). Прочие малозначимые факторы влияют с суммарной мерой 0,049. Коэффициент детерминации для предсказания класса алгоритмом «случайный лес» составил 0,549.

Таблица 2

Влияние факторов на точность классификации

Фактор	Мера важности фактора Random Forest	Мера важности фактора Permutation importance	Среднеквадратичное отклонение меры важности
Студент	0,2242	0,1459	0,0033
Экзаменатор	0,1277	0,2718	0,0042
Экзамен	0,1050	0,0857	0,0025
Дисциплина	0,1001	0,0664	0,0018
ЕГЭ: Русский язык	0,0955	0,0780	0,0034
ЕГЭ: Информатика и ИКТ	0,0866	0,0694	0,0029
ЕГЭ: Математика	0,0775	0,0477	0,0026
Семестр	0,0706	0,0536	0,0030
Год поступления	0,0450	0,0300	0,0015
Пол	0,0244	0,0868	0,0028
Тип финансирования	0,0221	0,1187	0,0049
ЕГЭ: Обществознание	0,0164	0,0022	0,0004
Вид аттестации	0,0049	0,0019	0,0003

Softmax-модель является альтернативой применению классификаторов для предсказания оценки. По результатам обработки набора оценок точность модели (доля правильно предсказанных оценок) составила 0,632. Отклонения от математического ожидания прошли проверку на нормальное распределение по критерию хи-квадрат с уровнем значимости 0,05. Гистограмма отклонений приведена на рис. 3. Близость вероятностного распределения отклонений к нормальному свидетельствует об адекватном описании закономерностей формирования оценки с помощью softmax-модели.

Таблица 3 содержит матрицу ошибок softmax-модели, в которой указано соответствие предсказаний оценок и наблюдений. Для предсказания использовалась наиболее вероятная градация оценки. По диагонали размещено количество совпадений предсказаний с наблюдениями для каждой градации оценки.

Таблица 3

Матрица ошибок предсказания оценок softmax-модели

Оценки		Предсказания				
		0	1	2	3	Всего
Наблюдения	0	106	99	23	1	229
	1	48	803	304	55	1210
	2	11	277	1123	280	1691
	3	1	70	399	662	1132
	Всего	166	1249	1849	998	4262

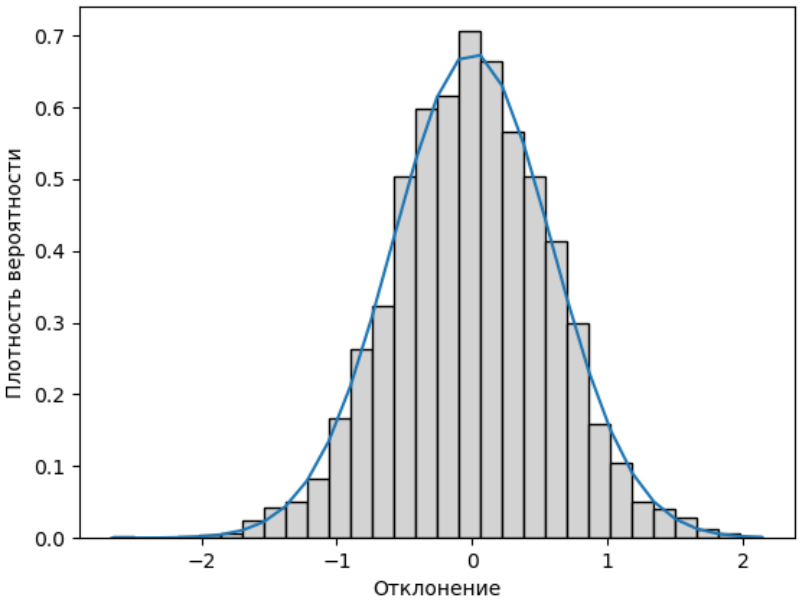


Рис. 3. Гистограмма отклонений оценок от математических ожиданий для softmax-модели

На рис.4 приведены ROC-кривые для четырех классификаций (каждая градация оценки против остальных). Рисунок 4 демонстрирует, что точнее всего softmax-модель предсказывает неудовлетворительные оценки по критерию AUC.

В табл. 4 приведен расчет показателей успеваемости одной дисциплины. Аналогично могут быть спрогнозированы показатели успеваемости любого множества оценок: для преподавателя, студента, группы или курса.

Таблица 4

Показатели дисциплины «Исследование операций»

Оценка (k)	Прогноз $M\left[M_j^{(k)}\right]$	Дисперсия $D\left[M_j^{(k)}\right]$	СКО $\sqrt{D\left[M_j^{(k)}\right]}$
0	11,0	7,212	2,686
1	36,0	16,632	4,078
2	32,0	18,230	4,270
3	20,0	10,940	3,308

Обсуждение

Сравнивались алгоритмы классификации и softmax-модель с латентными параметрами, которая позволяет определить вероятностное распределение каждой оценки в зависимости от латент-

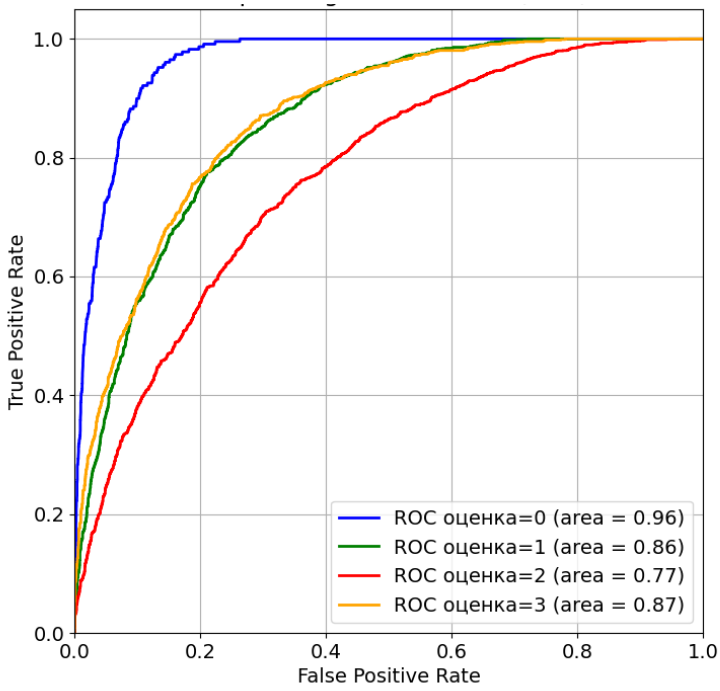


Рис. 4. ROC-кривые для предсказания классов (градаций) оценок softmax-модели

ных параметров обучающихся и экзаменов. Softmax-модель продемонстрировала наибольшую точность предсказания, несмотря на использование меньшего количества данных — использовалось влияние на оценки только студентов и экзаменов.

Законы распределения вероятностей оценок позволяют решать разнообразные задачи прогнозирования, начиная с индивидуальных прогнозов оценок определенного экзамена и заканчивая прогнозом интегральных показателей успеваемости для групп, обучающихся или экзаменов. Знание вероятностных распределений позволяет решать задачи не только точечного, но интервального оценивания.

Апробация модели на репрезентативном наборе данных продемонстрировала ее адекватность и возможность применения для решения задач прогнозирования.

Заключение

Для всех статистических методов надежность выводов зависит от количества и репрезентативности наблюдений. Качество прогнозирования может быть улучшено увеличением количества оценок, например, использованием оценок текущей успеваемости. Для использования дополнительных характеристик обучающихся предложенная

модель нуждается в использовании дополнительных параметров или в учете их влияния на используемые латентные параметры.

В softmax-модели закономерности формирования экзаменационной оценки определяются латентными параметрами соответствующих вероятностей. От IRT аналогов модель отличается более простой формой записи законов распределения вероятностей и наборами латентных параметров подготовленности обучающихся и трудностей экзаменов для каждой градации оценки. Конструктивность такого описания подтверждена обработкой репрезентативного набора данных. Практическая значимость исследования заключается в возможности предсказания показателей успеваемости.

Применение прогнозирования показателей успеваемости позволяет перейти к превентивным мероприятиям для снижения количества неудовлетворительных оценок и задолжников.

Список использованной литературы

1. Братищенко В.В. Статистический анализ экзаменационных оценок / В.В. Братищенко. — EDN NTYRIN // Известия Иркутской государственной экономической академии. — 2011. — № 3. — С. 31–31.

2. Котова Е.Е. Прогнозирование успешности обучения в интегрированной образовательной среде с применением инструментов онлайн аналитики / Е.Е. Котова. — DOI 10.32603/2071-2340-2019-4-55-80. — EDN GSJKDN // Компьютерные инструменты в образовании. — 2019. — № 4. — С. 55–80.

3. Zohair L.M. A. Prediction of Student's Performance by Modelling Small Dataset Size / L.M. Zohair. — DOI 10.1186/s41239-019-0160-3 // International Journal of Educational Technology in Higher Education. — 2019. — No. 16. — P. 1–18.

4. Повышение точности модели прогнозирования успеваемости студентов вузов / Д.И. Ликсонова, А.А. Даничев, В.Н. Шестаков, Ю.Ю. Якунин. — DOI 10.17587/it.31.215-224. — EDN EEWNFT // Информационные технологии. — 2025. — Т. 31, № 4. — С. 215–224.

5. Анализ и прогнозирование успеваемости обучающихся при использовании цифровой образовательной среды / А.Е. Шухман, Д.И. Парфенов, Л.В. Легашев, Л.С. Гришина. — DOI 10.31992/0869-3617-2021-30-8-9-125-133. — EDN QKRTNV // Высшее образование в России. — 2021. — Т. 30, № 8–9. — С. 125–133.

6. Есин Р.В. Прогнозирование успешности обучения по дисциплине на основе универсальных показателей цифрового следа LMS Moodle. / Р.В. Есин, Т.А. Кустицкая, М.В. Носков. — DOI 10.32517/0234-0453-2023-38-3-31-41. — EDN RCEOVE // Информатика и образование. — 2023. — Т. 38, № 3. — С. 31–41.

7. Шафоростова Е.Н. Проблемы внедрения информационной системы контроля качества обучения студентов / Е.Н. Шафоростова, Т.И. Лазарева. — EDN NCZSCJ // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. — 2010. — № 3. — С. 174–177.

8. Взаимосвязь стилей мышления и академической успеваемости студентов / О.А. Халифаева, Н.Ю. Коленкова, И.Ю. Тюрина, А.Г. Фадина. — DOI 10.17853/1994-5639-2020-7-52-76. — EDN NACMBO // Образование и наука. — 2020. — Т. 22, № 7. — С. 52–76.

9. Смирнов С.Д. Показатели интеллектуального потенциала студентов как предикторы успешности обучения в вузе / С.Д. Смирнов. — DOI 10.51314/2073-2635-2014-3-19-41. — EDN SNTMCZ // Вестник Московского университета. Серия 20. Педагогическое образование. — 2014. — № 3. — С. 19–41.

10. Влияние академических и неакадемических видов интеллекта на учебные достижения студентов / А.П. Лобанов, Н.П. Радчикова, Н.В. Дроздова, А.В. Воронова. — DOI 10.18500/2304-9790-2018-7-4-304-312. — EDN POBNGZ // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Акмеология образования. Психология развития. — 2018. — Т. 7, № 4. — С. 304–312.

11. Егорова Е.С. Data Mining в образовании: прогнозирование успеваемости учащихся / Е.С. Егорова, Н.А. Попова. — DOI 10.26102/2310-6018/2023.41.2.003. — EDN XFTHUA // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. — 2023. — Т. 11, № 2. — С. 9–10.

12. Arora N. A Fuzzy Probabilistic Neural Network for Student's Academic Performance Prediction / N. Arora, J.R. Saini // International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology. — 2013. — Vol. 2, no. 9. — P. 4425–4432.

13. Прогнозирование качества обучения в вузе с помощью методов регрессионного анализа / И.М. Харитонов, Е.Г. Крушель, О.О. Привалов [и др.]. — DOI 10.36807/1998-9849-2021-56-82-72-80. — EDN PCHGYF // Известия Санкт-Петербургского государственного технологического института. — 2021. — № 56(82). — С. 72–80.

14. Галимова Н.С. Построение многофакторной модели успеваемости студента / Н.С. Галимова, Л.Р. Загитова. — DOI 10.23670/IRJ.2020.96.6.080. — EDN OPTLTI // Международный научно-исследовательский журнал. — 2020. — № 6-3(96). — С. 31–36.

15. Лебедева Т.В. Статистический анализ факторов, влияющих на успеваемость студентов российских вузов / Т.В. Лебедева, А.П. Цыпин, В.С. Сидоренко. — EDN YHGLVP // Интеллект. Инновации. Инвестиции. — 2016. — № 9. — С. 55–58.

16. Дорофеева Ю.А. Моделирование и прогнозирование эффективности образовательного процесса в университете / Ю.А. Дорофеева, К.В. Правдин, В.И. Михайлов. — DOI 10.23670/IRJ.2023.137.15 // Международный научно-исследовательский журнал. — 2023. — № 11 (137). — С. 1–7.

17. Бакуменко Л.П. Формирование прогнозных моделей в оценке качества подготовки студентов / Л.П. Бакуменко, А.В. Бурков. — DOI 10.17513/vaael.3926. — EDN EOPNWD // Вестник Алтайской академии экономики и права. — 2024. — № 12-3. — С. 339–349.

18. Канапухин П.А. Статистический анализ факторов академической успеваемости (на примере обучающихся экономического факультета ФГБОУ ВО «ВГУ») / П.А. Канапухин, В.В. Коротких, С.С. Щекунских. — DOI 10.17308/econ.2020.2/2899. — EDN MVGAMN // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Экономика и управление. — 2020. — № 2. — С. 27–44.

19. Прогностическая модель оценки успешности предметного обучения в условиях цифровизации образования / М.В. Носков, Ю.В. Вайнштейн, М.В. Сомова, И.М. Федотова. — DOI 10.22363/2312-8631-2023-20-1-7-19. — EDN BDFDRI// Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. — 2023. — Т. 20, № 1. — С. 7–19.

20. Помян С.В. Прогноз результатов успеваемости студентов вуза на основе марковских процессов / С.В. Помян, О.С. Белоконь. — DOI 10.25730/VSU.7606.20.057. — EDN SSKESZ // Вестник Вятского государственного университета. — 2020. — № 4. — С. 63–73.

21. Predicting Student Next-Term Performance in Degree Programs Using AI-Based Approach: A Case Study from Ghana / J.B. Diekuu, M.S. Mekala, U.S. Abonie [et al.]. — DOI 10.1080/2331186X.2025.2481000 // Cogent Education. — 2025. — Vol. 12, no. 1. — URL: https://doi.org/10.1080/2331186X.2025.

22. Егорова Е.С. Data Mining в образовании: прогнозирование успеваемости учащихся / Е.С. Егорова, Н.А. Попова. — DOI 10.26102/2310-6018/2023.41.2.003. — EDN XFTHUA // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. — 2023. — Т. 11, № 2. — С. 9–10.

23. Русаков С.В. Нейросетевая модель прогнозирования группы риска по успеваемости студентов первого курса / С.В. Русаков, О.Л. Русакова, К.А. Посохина. — DOI 10.25559/SITITO.14.201804.815-822. — EDN JWGGFH // Современные информационные технологии и ИТ-образование. — 2018. — Т. 14, № 4. — С. 815–822.

24. Акопова М.А. Исследование структуры академических способностей студентов педагогического вуза / М.А. Акопова. — DOI 10.34670/AR.2019.44.4.042. — EDN PYSVDX // Психология. Историко-критические обзоры и современные исследования. — 2019. — Т. 8, № 4-1. — С. 114–123.

25. Паклин Н.Б. Бизнес-аналитика: от данных к знаниям : учеб. пособие / Н.Б. Паклин, В.И. Орешков. — 2-е изд. — Москва : Питер, 2010. — 701 с. — EDN: QUQGAL.

26. Rasch G. Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests / G. Rasch. — Chicago : The University of Chicago Press, 1980. — 199 p.

27. Нейман Ю.М. Введение в теорию моделирования и параметризации педагогических тестов / Ю.М. Нейман, В.А. Хлебников. — Москва : Прометей, 2000. — 168 с.

28. Wright B.D. Rating Scale Analysis: Rasch Measurement / B.D. Wright, G.N. Masters. — Chicago, Illinois : MESA Press, 1982. — 223p.

29. Братищенко В.В. Модель экзаменационных оценок с латентными параметрами на базе функции softmax / В.В. Братищенко. — DOI 10.17513/snt.40481. — EDN GLBTSI // Современные наукоемкие технологии. — 2025. — № 9. — С. 22–28.

References

1. Bratishchenko V.V. Statistic Analysis of Examination Grades. *Izvestiya Irkutskoy gosudarstvennoy ekonomicheskoy akademii (Baykalskiy gosudarstvennyy universitet ekonomiki i prava) = Izvestiya of Irkutsk State Economics Academy (Baikal State University of Economics and Law)*, 2011, no. 3, pp. 31–31. (In Russian). EDN: NTYRIN.

2. Kotova E.E. Prediction of Learning Success in an Integrated Educational Environment Using Online Analytics Tools. *Komp'yuternye instrumenty v obrazovanii = Computer Tools in Education*, 2019, no. 4, pp. 55–80. (In Russian). EDN: GSJKDN. DOI: 10.32603/2071-2340-2019-4-55-80.

3. Zohair L.M. A. Prediction of Student's Performance by Modelling Small Dataset Size. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 2019, no. 16, pp. 1–18. DOI: 10.1186/s41239-019-0160-3.

4. Liksonova D.I., Danichev A.A., Shestakov V.N., Yakunin Yu.Yu. Increasing the Accuracy of the Model for Predicting the Performance of University Students. *Informatsionnye tekhnologii = Information Technologies*, 2025, vol. 31, no. 4, pp. 215–224. (In Russian). EDN: EEWNFT. DOI: 10.17587/it.31.215-224.

5. Shukhman A.E., Parfenov D.I., Legashev L.V., Grishina L.S. Analysis and Forecasting Students' Academic Performance Using a Digital Educational Environment. *Vysshee obrazovanie v Rossii = Higher Education in Russia*, 2021, vol. 30, no. 8–9, pp. 125–133. (In Russian). EDN: QKRTNV. DOI: 10.31992/0869-3617-2021-30-8-9-125-133.

6. Esin R.V., Kustitskaya T.A., Noskov M.V. Predicting Academic Performance in a Course By Universal Features of LMS Moodle Digital Footprint. *Informatika i obrazovanie = Informatics and Education*, 2023, vol. 38, no. 3, pp. 31–41. (In Russian). EDN: RCEOVE. DOI: 10.32517/0234-0453-2023-38-3-31-41.

7. Shaforostova E.N., Lazareva T.I. Problems of Implementating an Information System for Monitoring the Quality of Student Learning. *Vestnik Belgorodskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta im. V. G. Shukhova = Bulletin of BSTU Named After V.G. Shukhov*, 2010, no. 3, pp. 174–177. (In Russian). EDN: NCZSCJ.

8. Khalifaeva O.A., Kolenkova N.Yu., Tyurina I.Yu., Fadina A.G. The Relationship of Thinking Styles and Academic Performance of Students. *Obrazovanie i nauka = The Education and science journal*, 2020, vol. 22, no. 7, pp. 52–76. (In Russian). EDN: NACMBO. DOI: 10.17853/1994-5639-2020-7-52-76.

9. Smirnov S.D. Measures of Students' Intellectual Potential as Predictors of Success in Hei4 Studies. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 20: Pedagogicheskoe obrazovanie = Lomonosov Pedagogical Education Journal*, 2014, no. 3, pp. 19–41. (In Russian). EDN: SNTMCZ. DOI: 10.51314/2073-2635-2014-3-19-41.

10. Lobanov A.P., Radchikova N.P., Drozdova N.V., Voronova A.V. Influence of Academic and Non-Academic Types of Intelligence on Academic Achievements of Students. Izvestija Saratovskogo universiteta. *Novaja serija. Serija: Akmeologiya obra-zovaniya. Psikhologiya razvitiya = Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Educational Acmeology. Developmental Psychology*, 2018, vol. 7, no. 4, pp. 304–312. (In Russian). EDN: POBNGZ. DOI: 10.18500/2304-9790-2018-7-4-304-312.

11. Egorova E.S., Popova N.A. Data Mining in Education: Predicting Student Performance. *Modelirovanie, optimizacija i informacionnye tehnologii = Modeling, Optimization and Information Technology*, 2023, vol. 11, no. 2, pp. 9–10. (In Russian). EDN: XFTHUA. DOI: 10.26102/2310-6018/2023.41.2.003.

12. Arora N., Saini J.R. A Fuzzy Probabilistic Neural Network for Student's Academic Performance Prediction. *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology*, 2013, vol. 2, no. 9, pp. 4425–4432.

13. Kharitonov I.M., Krushel' E.G., Privalov O.O., Stepanchenko I.V., Stepanchenko O.V. Higher School Education Quality Forecasting by Regression Analysis Methods. *Izvestiya Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo instituta = Izvestiya of Saint Petersburg State State Institute of Technology*, 2021, no. 56, pp. 72–80. (In Russian). EDN: PCHGYF. DOI: 10.36807/1998-9849-2021-56-82-72-80.

14. Galimova N.S., Zagitova L.R. Construction of a Multi-Factor Model of the Students' Academic Performance. *Mezhdunarodnyi nauchno-issledovatel'skii zhurnal = International Research Journal*, 2020, no. 6-3, pp. 31–36. (In Russian). EDN: OPTLTI. DOI: 10.23670/IRJ.2020.96.6.080.

15. Lebedeva T.V., Tsypin A.P., Sidorenko V.S. Statistical Analysis of Factors Influencing on Students Progress in Russian Universities. *Intellekt. Innovatsii. Investitsii = Intelligence. Innovations. Investments*, 2016, no. 9, pp. 55–58. (In Russian). EDN: YHGLVP.

16. Dorofeeva Yu.A., Pravdin K.V., Mikhailov V.I. Modelling and Forecasting the Effectiveness of the Educational Process at Universities. *Mezhdunarodnyi nauchno-issledovatel'skii zhurnal = International Research Journal*, 2023, no. 11, pp. 1–7. (In Russian). DOI: 10.23670/IRJ.2023.137.15.

17. Bakumenko L.P., Burkov A.V. Formation of Forecast Models in Assessing the Quality of Student Training. *Vestnik Altaiskoi akademii ekonomiki i prava = Journal of Altai Academy of Economics and Law*, 2024, no. 12-3, pp. 339–349. (In Russian). EDN: EOPNWD. DOI: 10.17513/vaael.3926.

18. Kanapukhin P.A., Korotkikh V.V., Shchekunskikh S.S. Statistical Analysis of Academic Performance (By an Example from the Faculty of Economics of Voronezh State University). *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Ekonomika i upravlenie = Proceedings of Voronezh State University. Series: Economics and Management*, 2020, no. 2, pp. 27–44. (In Russian). EDN: MVGAMN. DOI: 10.17308/econ.2020.2/2899.

19. Noskov M.V., Vainshtein Yu.V., Somova M.V., Fedotova I.M. Prognostic Model for Assessing the Success of Subject Learning in Conditions of Digitalization of Education. *Vestnik Rossiiskogo universiteta druzhby narodov. Seriya: Informatizatsiya obrazovaniya = RUDN Journal of Informatization in Education*, 2023, vol. 20, no. 1, pp. 7–19. (In Russian). EDN: BDFDRI. DOI: 10.22363/2312-8631-2023-20-1-7-19.

20. Pomyan S.V., Belokon' O.S. Forecast of the Results of Academic Performance of University Students Based on Markov Processes. *Vestnik Vyatskogo gosudarstvennogo universiteta = Herald of Vyatka State University*, 2020, no. 4, pp. 63–73. (In Russian). EDN: SSKESZ. DOI: 10.25730/VSU.7606.20.057.

21. Diekuu J.B., Mekala M.S., Abonie U.S., Isaacs J., Elyan E. Predicting Student Next-Term Performance in Degree Programs Using AI-Based Approach: A Case Study from Ghana. *Cogent Education*, 2025, vol. 12, no. 1. DOI: 10.1080/2331186X.2025.2481000.

22. Egorova E.S., Popova N.A. Data Mining in Education: Predicting Student Performance. *Modelirovanie, optimizacija i informacionnye tehnologii = Modeling, Optimization and Information Technology*, 2023, vol. 11, no. 2, pp. 9–10. (In Russian). EDN: XFTHUA. DOI: 10.26102/2310-6018/2023.41.2.003.

23. Rusakov S.V., Rusakova O.L., Posokhina K.A. Neural Network Model of Predicting the Risk Group for the Accession of Students of the First Course. *Sovremennye informatsionnye tekhnologii i IT-obrazovanie = Modern Information Technology and IT-education*, 2018, vol. 14, no. 4, pp. 815–822. (In Russian). EDN: JWGGFH. DOI: 10.25559/SITITO.14.201804.815-822.

24. Akopova M.A. Research of the Structure of Academic Abilities of Pedagogical University Students. *Psikhologiya. Istoriko-kriticheskie obzory i sovremennye issledovaniya = Psychology. Historical-Critical Reviews and Current Researches*, 2019, vol. 8, no. 4-1, pp. 114–123. (In Russian). EDN: PYSVDX. DOI: 10.34670/AR.2019.44.4.042.

25. Paklin N.B., Oreshkov V.I. *Business Analytics: From Data to Knowledge*. 2nd ed. Moscow, Peter Publ., 2010. 701 p. EDN: QUQGAL.

26. Rasch G. Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests / G. Rasch. — Chicago : The University of Chicago Press, 1980. — 199 p. Rasch G. *Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests*. Chicago, The University of Chicago Press, 1980. 199 p.

27. Neiman Yu.M., Khlebnikov V.A. *Introduction to the Theory of Modeling and Parameterization of Pedagogical Tests*. Moscow, Prometei Publ., 2000. 168 p.

28. Wright B.D., Masters G.N. *Rating Scale Analysis: Rasch Measurement*. Chicago, Illinois, MESA Press; 1982. 223p.

29. Bratishchenko V.V. A Latent Parameter Model of Examination Grades Based on the Softmax Function. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii= Modern High Technologies*, 2025, no. 9, pp. 22–28. (In Russian). EDN: GLBTSI. DOI: 10.17513/snt.40481.

Информация об авторе

Братищенко Владимир Владимирович — кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра математических методов и цифровых технологий, Байкальский государственный университет, 664003, Российская Федерация, г. Иркутск, ул. Ленина, 11, e-mail: vvb@bgu.ru, https://orcid.org/0000-0002-7755-4170, SPIN-код: 4131-7181.

Information about the Author

Vladimir V. Bratischenko — PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Mathematical Methods and Digital Technologies, Baikal State University, 11 Lenin Str., Irkutsk, 664003, Russian Federation, e-mail: vvb@bgu.ru, https://orcid.org/0000-0002-7755-4170, SPIN-Code: 4131-7181.