

**Нгуен Ван Мань**

*Иркутский государственный аграрный
университет им. А.А. Ежевского,
п. Молодежный, Иркутский район, Российская Федерация*

Развитие численных методов для моделирования аэродинамических сил на рабочие лопатки турбомашин

Аннотация. В эксплуатации течение газа на рабочие лопатки не стационарно из-за существования кромочного следа при прохождении потока газа через межлопаточные каналы лопаток направляющего аппарата. Это вызывает переменную аэродинамическую силу, которая периодически повторяется с высокой частотой. Кроме того, аэродинамические нагрузки на рабочие лопатки не равномерно распределены, так как аэродинамический профиль лопатки изменяется по длине лопатки. Все эти величины вызывают сложность математического моделирования аэродинамических сил и оценки их влияния на динамические и прочностные характеристики рабочих лопаток турбомашин. Данная статья посвящена созданию и развитию численных методов, основанных на теории лопаточных элементов, разложении в ряды Фурье и методе временной дискретизации, для решения поставленной задачи. В результате представлена схема распределения и величины аэродинамических нагрузок, действующих на рабочие лопатки с учетом их изменения по времени и по длине лопатки. Также в работе описан алгоритм, необходимый для настройки модели в Ansys Workbench для изучения аэродинамики компрессора турбомашин. Изучена сходимость размерности расчетной сетки, необходимая для выполнения детального моделирования с целью получения точных решений в области вычислительной гидродинамики.

Ключевые слова. Рабочие лопатки, математическая модель, аэродинамическая нагрузка, теории лопаточных элементов, турбомашин.

Финансирование. Данная работа выполнена в рамках гранта Российского научного фонда (РНФ) № 24-29-00135 «Численное исследование способов увеличения ресурсных характеристик осевых и радиальных транспортных турбомашин с помощью преднамеренной расстройки геометрических, массовых, аэродинамических и других параметров влияния».

Информация о статье. Дата поступления: 29 октября, 2024; дата принятия к публикации: 16 декабря 2024 г.; дата онлайн-размещения: 24 декабря 2024 г.

Original article

Nguyen Van Manh

*Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky,
Molodezhny, Irkutsk District, Russian Federation*

Development of Numerical Methods for Modeling Aerodynamic Forces on Turbine Blades

Abstract. In operation, the flow of gas to the working blades is not stationary due to the existence of an edge trace when the gas flow passes through the inter-

blade channels of the guide vanes. This causes a variable aerodynamic force, which is periodically repeated with high frequency. In addition, the aerodynamic loads on the working blades are not evenly distributed since the aerodynamic profile of the blade varies along the length of the blade. All these values cause the complexity of mathematical modeling of aerodynamic forces and the assessment of their effect on the dynamic and strength characteristics of the turbine blades. To solve this problem, the work is devoted to the creation and development of numerical methods based on the blade element theory, Fourier series expansion and the time discretization method. As a result, a diagram of the distribution and magnitude of aerodynamic loads acting on the working blades, taking into account their changes in time and length of the blade, is presented. The paper describes the algorithm required to configure the model in Ansys Workbench to study the aerodynamics of a turbomachine compressor. The convergence of the dimension of the computational grid is considered, which must be carried out before detailed modeling to obtain accurate solutions to the problem of computational fluid dynamics.

Keywords. Working blades, mathematical model, aerodynamic load, blade element theories, turbomachines.

Financing. This work was carried out within the framework of the Russian Science Foundation (RSF) grant No. 24-29-00135 “Numerical study of ways to increase the resource characteristics of axial and radial transport turbomachines using deliberate detuning of geometric, mass, aerodynamic and other parameters”.

Article info. Received 29 October, 2024; Accepted 16 December, 2024; Available online 24 December, 2024.

Введение

В связи с развитием более мощных паровых и газовых турбомашин увеличиваются требования к эксплуатационной надежности для турбоагрегата в целом и, в частности, к надежности наиболее напряженных его элементов — рабочих лопаток. Для этого необходимо знать аэродинамические характеристики ступени компрессора, в том числе аэродинамические нагрузки на рабочих лопатках при обтекании с быстрым течением газа [1, с. 452–473; 2].

До сих пор известно лишь несколько исследований, в которых авторы занимались математическим моделированием аэродинамических нагрузок, действующих на рабочих лопатках в процессе эксплуатации. В 2005 г. Р.Ю. Старков [3] усовершенствовал метод применения математических моделей на этапе проектирования лопаток, опираясь на решение стационарных задач аэродинамики. В 2012 г. П.В. Макаров [4] исследовал влияние интенсивности турбулентных пульсаций на входе, амплитуды колебаний лопатки и количества моделируемых каналов течения на величину нестационарных аэродинамических сил. В 2020 г. Г.С. Коленько и А.С. Ласкин [5] разработали метод для оценки нестационарных и усредненных аэродинамических нагрузок, действующих на рабочие лопатки с различной геометрией. В их работе [6] авторы проанализировали коэффициенты аэродинамических сил в зависимости от угла атаки набегающего потока.

В вышепредставленных работах авторы почти не учитывают влияние направляющих лопаток статора и вращения ротора на аэродинамические силы, действующие на рабочие лопатки. Однако на практике движение рабочих лопаток с высокой скоростью вращения сопровождается множеством физических явлений, которые определяют динамические эффекты импульса потока газа и формирование кромочного следа за направляющими лопатками статора. Игнорирование этих эффектов может привести к неверной оценке аэродинамической нагрузки и их влияния на усталостную прочность рабочих лопаток. В связи с этим в данной работе представлены методы создания и развития численных расчетов аэродинамических нагрузок с учетом их изменений во времени и по длине лопатки.

Для расчета аэродинамических сил, действующих на рабочие лопатки турбомашин, используются различные методы. Наиболее популярными являются численные методы решения уравнений Навье-Стокса для сжимаемого потока, а также потока вблизи лопаток [7].

Двумя основными подходами к расчету усилий являются модель приводного диска и теория лопаточных элементов [8; 9]. В модели приводного диска ротор представлен проницаемым диском, который позволяет потоку проходить через ротор, в то же время подвергаясь воздействию поверхностных сил. Этот подход основан на уравнении Бернулли и энергетических балансах, и возможно легко провести различные фундаментальные исследования с постоянной заданной нагрузкой. Однако проблемы, связанные с геометрией лопаток и вязкостью потока вокруг лопаток не решены. Теория лопаточных элементов используется для оценки аэродинамических сил на рабочие лопатки, разделяя каждую лопатку на несколько сегментов, называемых элементами лопатки. Теория рассматривает каждый элемент как независимый двумерный профиль, это позволяет рассчитать аэродинамические силы на основе местных условий обтекания элемента. Затем, после определения аэродинамических свойств, они суммируются для оценки свойств всей рабочей лопатки. Теория лопаточных элементов может использоваться с любыми подобными изменениями, хотя схемы решений должны разрабатываться с учетом таких изменений.

Теория лопаточных элементов

Объектом исследования является модельное академическое рабочее колесо, которое состоит из 10 лопаток статора и 10 прямых лопаток ротора. Общий вид рабочего колеса представлен на рис. 1.

Для использования аэроупругих кодов в расчетах конструкции аэродинамический метод должен быть очень экономичным

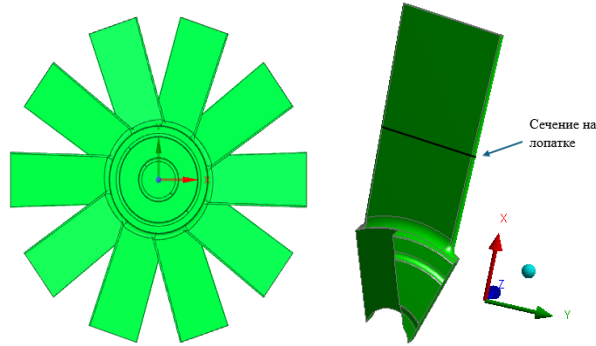


Рис. 1. Модель рабочих колес и вид одной лопатки

по времени. Было показано, что теория лопаточных элементов обеспечивает высокую точность с точки зрения затрат времени. В этом способе лопатки турбины делятся на ряд независимых элементов по длине лопатки. На каждом сечении применяется силовой баланс, включающий подъем и сопротивление двумерного сечения с учетом тяги и крутящего момента, создаваемых течением газа на поверхности элемента (рис. 2). Подъемная сила dL и сила сопротивления dD в секции определяются [10; 11]:

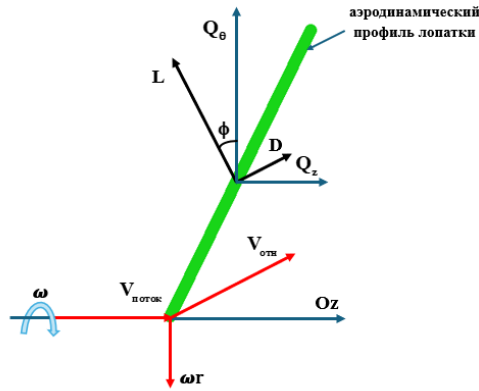


Рис. 2. Диаграмма скоростей и силы на сечение лопатки

$$dL = \frac{1}{2} \rho V_{отн}^2 C_L c dr, \quad dD = \frac{1}{2} \rho V_{отн}^2 C_D c dr, \quad (1)$$

где c — локальная длина хорды лопатки, dr — дифференциальный радиус; C_L и C_D — двумерные коэффициенты подъемной силы и силы сопротивления, которые определяются интегрированием разности коэффициентов давления на верхней и нижней поверхности профиля по хорде:

$$C_L = \frac{1}{c} \int_0^c (p_n - p_s) dx, \quad C_D = \frac{C_L^2}{0.7\pi A_r}, \quad (2)$$

где p_s и p_n — давления на верхней и нижней поверхности профиля соответственно, $A_r = c/d$ — соотношение между длиной и средней шириной поверхности сечения.

Поскольку интерес представляют только силы, действующие по оси вращения рабочих лопаток и по нормали к ней, подъемная сила и сила сопротивления проецируются в этих направлениях:

$$\begin{aligned} dQ_z &= \frac{1}{2} \rho V_{\text{омн}}^2 c (C_L \cos \phi - C_D \sin \phi) dr, \\ dQ_\theta &= \frac{1}{2} \rho V_{\text{омн}}^2 c (C_L \cos \phi + C_D \sin \phi) dr. \end{aligned} \quad (3)$$

Чтобы получить усилия на i -й элемент лопатки, необходимо интегрировать осевое усилие и окружное усилие по длине элемента:

$$\begin{aligned} Q_z &= \int_{r_i}^{r_{i+1}} dQ_z = \int_{r_i}^{r_{i+1}} \frac{1}{2} \rho V_{\text{омн}}^2 c (C_L \cos \phi - C_D \sin \phi) dr, \\ Q_\theta &= \int_{r_i}^{r_{i+1}} dQ_\theta = \int_{r_i}^{r_{i+1}} \frac{1}{2} \rho V_{\text{омн}}^2 c (C_L \cos \phi + C_D \sin \phi) dr. \end{aligned} \quad (4)$$

Изучение аэродинамики компрессора турбомашин с помощью ANSYS CFX

В этом практическом примере описывается оценка аэродинамических нагрузок на рабочих лопатках турбокомпрессора с использованием пакетов решения Вычислительной гидродинамики (Computational Fluid Dynamics-CFD). CFD-модели были созданы с помощью Ansys CFX. Ниже описан алгоритм, необходимый для настройки CFD-модели в Ansys Workbench [12–14]:

Импортирование стандартных конструкций компрессора турбомашин в геометрическом формате CAD в Ansys Design Modeler (рис. 3). Затем модель была модифицирована путем создания объема воздуха вокруг рабочих колес и колес статора.

Разработка CFD-модели (рис. 4), включающей объем воздуха вокруг рабочих колес и колес статора, в Ansys TurboGrid.

Импортирование CFD-модели в вычислительную среду Ansys CFX.

Определение параметров модели, свойств газа и граничных условий (табл. 1).

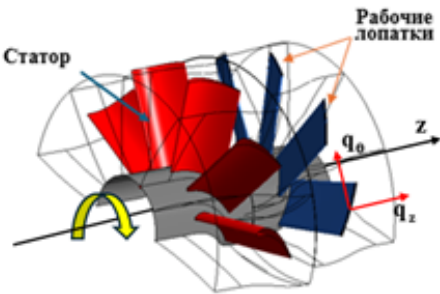


Рис. 3. Геометрия ступени компрессора

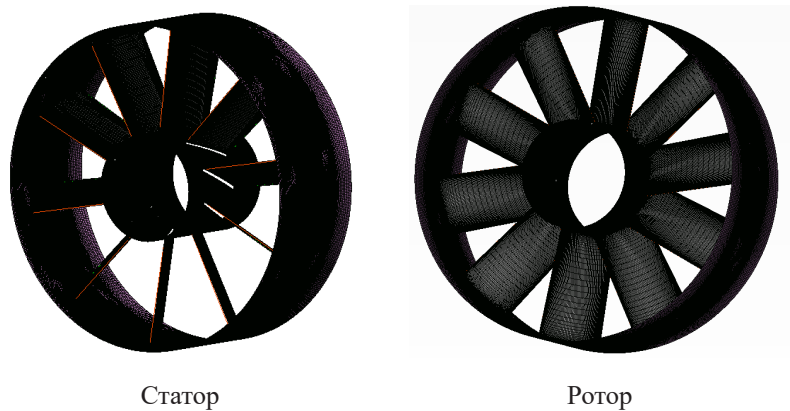


Рис. 4. Расчетная сетка для лопаток статора и ротора

Определение конфигурации решателя и алгоритма решения. Эта часть настройки была в основном связана с определением типа решателя, критериев сходимости и уравнений, которые необходимо учитывать при решении задачи аэродинамического моделирования.

Выполнение CFD- анализа и обработка результатов

Таблица 1

Геометрия турбинной ступени исследуемого диска
и граничные условия

Число лопаток сопловой решетки	10
Число рабочих лопаток	10
Высота прохода (вход)	170 мм
Скорость вращения ротора	26.34 1/с
Общее давление (на входе)	81,300 Па
Общая температура (на входе)	441.6 К
Статическое давление — среднее значение (на выходе)	53,250 Па
Теплопередача стенок	адиабатическая

Сходимость размерности расчетной сетки

Размер сетки играет важную роль в моделировании, поскольку он в значительной степени влияет на общие результаты, полученные в результате моделирования. Использование грубой сетки неспособно решить все явления в пограничном слое и приводит к нереалистичным результатам расчета. С другой стороны, слишком тонкая сетка требует затрат времени на вычисления. Поэтому перед детальным моделированием необходимо провести исследование сходимости размерности расчетной сетки. Исследование сходимости сетки было выполнено путем разработки трех типов различных сеток: грубая, средняя и мелкая сетка для всех пяти различных сеток для расчета коэффициентов подъемной силы на рабочих лопатках на стационарном режиме (без учета вращения ротора), чтобы определить, как качество ячеек сетки влияет на результаты моделирования CFD.

На рис. 5а показан результат расчета коэффициента подъемной силы, полученного при различных размерах расчетных сеток с количествами элементов от 700 тыс. до $3,08 \cdot 10^6$ элементов [15]. На рис. 5б показано время, необходимое для решения задачи при различных размерах ячеек и в тех случаях, когда использовались вычислительные машины с 4 и 8 процессорами соответственно. Видно, что для размеров сетки между $2,13 \cdot 10^6$ и $3,08 \cdot 10^6$ элементами значения коэффициентов подъемной силы существенно не изменились, но время расчета увеличилось на 1,5 раза. Таким образом, для выполнения всех расчетов выбрана сетка с размером $2,13 \cdot 10^6$ элементов.

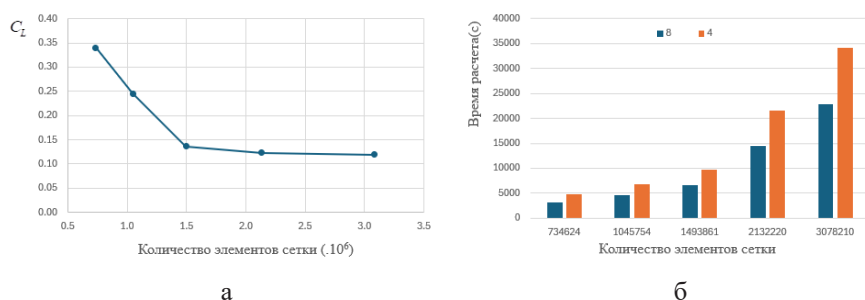


Рис. 5. Исследование сходимости размерности расчетной сетки для различных размеров ячеек от 700 тысяч до $3,08 \cdot 10^6$ элементов (а — коэффициентов подъемной силы, б — время расчета в зависимости от размера сетки)

Результаты расчета аэродинамических сил на рабочие лопатки в нестационарном режиме

При существовании кромочного следа газа за статором, течение газа на рабочие лопатки нестационарное. Поэтому аэродина-

мические силы, действующие на рабочие лопатки, являются переменными по времени. Для расчета величины этих сил предложена математическая модель аэродинамических сил на рабочие лопатки от существования кромочного следа. Для каждой рабочей лопатки обе составляющие аэродинамического усилия — окружного усилия $q_{\theta}^{(a)}$ и осевого усилия — $q_z^{(a)}$ можно представить в виде суммы членов ряда Фурье [16; 17, pp. 53–78]:

$$\begin{aligned} q_{\theta}^{(a)} &= Q_{\theta}^{(a)} + N_{\theta k}^{(a)} \cos(k \omega t + \varepsilon_{\theta}^{(a)}) \\ q_z^{(a)} &= Q_z^{(a)} + N_{zk}^{(a)} \cos(k \omega t + \varepsilon_z^{(a)}) \end{aligned} \quad (5)$$

где $N_{\theta k}$, N_{zk} — амплитуда k -й гармонической возбуждающей силы, ε_{θ} , ε_z — начальные фазы; и (a) обозначает зависимость величины $q_{\theta}^{(a)}$, $q_z^{(a)}$ от высоты лопатки.

Для получения значения аэродинамической нагрузки необходимо определить некоторые значения $q_{\theta}^{(a)}$ и $q_z^{(a)}$, соответствующие различным временам за период гармоники силы. Коэффициенты $Q_{\theta}^{(a)}$ и $Q_z^{(a)}$ получены путем осреднения значений $q_{\theta}^{(a)}$ и $q_z^{(a)}$ по времени, а $N_{\theta}^{(a)}$ и $N_z^{(a)}$ — разность между максимальным и средним значениям $q_{\theta}^{(a)}$ и $q_z^{(a)}$ соответственно.

Для того чтобы численно получить значения аэродинамической нагрузки, дискретно разделили длину лопатки на 5 частей и применили теорию лопаточных элементов. Схема распределения аэродинамических сил показана на рис. 6. В табл. 2 представлены конкретные значения коэффициентов для этих сил соответственно формуле (5), полученных с помощью программного пакета Ansys CFX и авторской программы.

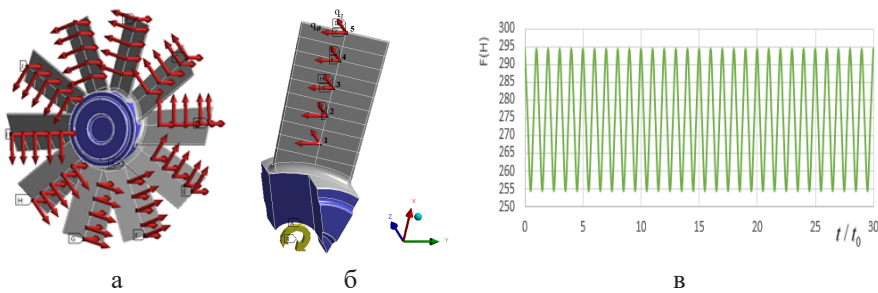


Рис. 6. Схема распределения аэродинамических нагрузок
(а — рабочего колеса, б — одной лопатки, в — силы, приложенной к всей рабочей лопатке)

Заключение

В статье проведен анализ возможности и эффективности применения математических моделей для моделирования аэроди-

намических нагрузок на рабочие лопатки при резонансах. Представлена теория лопаточных элементов, которая является самым распространенным методом для расчета аэродинамических сил на различные типы аэродинамических профилей: лопасти ветряной турбины, крыло самолетов, лопатки турбины и компрессора турбомашин. Используя эту теорию вместе с пакетом решения Вычислительной гидродинамики в Ansys CFX, автор моделировал аэродинамические нагрузки на рабочих лопатках турбокомпрессора с учетом их переменных характеристик по времени и по длине лопатки. Результаты настоящей работы можно использовать для исследования ресурсных характеристик рабочих лопаток при изменении аэродинамических характеристик потока газа путем введения модификации в направляющих решетках статора.

Таблица 2

**Результаты вычисления коэффициентов
аэродинамической нагрузки**

a	$Q_{\theta}^{(a)}$ (Н)	$N_{\theta}^{(a)}$ (Н)	$\varepsilon_{\theta}^{(a)}$ (рад)	$Q_z^{(a)}$ (Н)	$N_z^{(a)}$ (Н)	$\varepsilon_z^{(a)}$ (рад)
1	57,54	4,55	0,00	31,70	3,78	0,00
2	64,10	4,40	0,52	29,02	4,16	0,52
3	67,00	4,50	2,08	29,36	4,34	2,08
4	67,20	4,57	2,60	29,34	4,22	–0,52
5	69,80	4,64	–0,52	24,80	3,80	–0,52

Список использованной литературы

1. Паровые и газовые турбины для электростанций : учебник / А.Г. Костюк, В.В. Фролов, А.Е. Булкин, А.Д. Трухний. — Москва : Изд. дом МЭИ, 2016. — 557 с.
2. Репецкий О.В. Компьютерный анализ динамики и прочности турбомашин / О.В. Репецкий. — Иркутск : Изд-во ИрГТУ. — 1999. — 301 с.
3. Старков Р.Ю. Разработка моделей расчета аэродинамических характеристик турбомашин и их применение на этапе проектирования : дис. ... канд. техн. наук : 05.07.05/ Р.Ю. Старков. — Рыбинск, 2005. — 145 с.
4. Макаров П.В. Прогнозирование и исследование условий возникновения флаттера рабочих колес компрессоров газотурбинных двигателей и установок на этапе их проектирования : дис. ... канд. техн. наук : 01.02.06 / П.В. Макаров. — Санкт-Петербург, 2012. — 160 с.
5. Коленько Г.С. Нестационарные и осредненные аэродинамические нагрузки, действующие на рабочие лопатки разной геометрии / Г.С. Коленько, А.С. Ласкин. — DOI 10.18721/JEST.26102. — EDN WGMBLA // Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки. — 2020 — Т. 26, № 1. — С. 15–28.
6. Numerical Prediction of Aerodynamic Loads Acting on a Blade Section-Model Oscillating in Stall / N. Cortes, X. Amandolese, J.-L. Pfister [et al.]. — DOI 10.1088/1742-6596/2767/2/022014 // Journal of Physics: Conference Series. — 2024. — Vol. 2767, iss. 2. — P. 022014.
7. Пятунин К.Р. Тестирование и адаптация новых подходов к моделированию течения в нестационарной постановке для задач аэродинамики / К.Р. Пятунин, Н.С. Лугинина, Р.А. Диденко. — EDN RBWGOT // Труды МАИ. — 2013. — № 65. — С. 17.

8. Mohamed A.A. Rotor Blade Aerodynamics Forces Modelling for Dynamic Analysis / A.A. Mohamed // American Academic Scientific Research Journal for Engineering, Technology, and Sciences. — 2021. — Vol. 82, no. 1. — P. 66–77.
9. Aerodynamic Modeling of Propeller Forces and Moments at High Angle of Incidence / Y. Leng, H. Yoo, T. Jardin [et al.]. — DOI 10.2514/6.2019-1332 // AIAA Scitech 2019 Forum, 7-11 January 2019. San Diego, 2019.
10. Ledoux J. Analysis of the Blade Element Momentum Theory / J. Ledoux, S. Rizzo, J. Salomon. — DOI 10.1137/20M133542Xff // SIAM Journal on Applied Mathematics. — 2021. — Vol. 81, no. 6. — P. 2596–2621.
11. Попов С.А. Математическая модель влияния состояния обтекания на аэродинамические характеристики маневренного самолета / С.А. Попов, Ю.А. Гондаренко. — EDN WWRCYR // Труды МАИ. — 2016. — № 89. — С. 6.
12. Naidu A.D. A Comparative Study of Transient Blade Row and Blade Count Scaling Approaches for Numerical Forced Response Analysis in a Transonic Turbine / A.D. Naidu, K. Vogel, M. Fischer. — DOI 10.29008/ETC2017-305 // Proceedings of 12th European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics & Thermodynamics. — Stockholm, 2017.
13. Blumenthal R. Investigation of Transient CFD Methods Applied to a Transonic Compressor Stage / R. Blumenthal, B. Hutchinson, L. Zori. — DOI 10.1115/GT2011-46635 // ASME Turbo Expo 2011, Vancouver, June 6-10, 2011. — Vancouver, 2011.
14. Experimental and Computational Analysis of a Multistage Axial Compressor Including Stall Prediction by Steady and Transient CFD Methods / C. Cornelius, T. Biesinger, P. Galpin, A. Braune. — DOI 10.1115/GT2013-94639 // Journal of Turbomachinery. — 2013. — Vol. 136, no. 6.
15. Репецкий О.В. Численное исследование влияния размерности сетки на расчет аэродинамических параметров осевой лопатки в вычислительной гидродинамике / О.В. Репецкий, В.М. Нгуен. — EDN PYTTLL // Актуальные вопросы агропромышленного комплекса России и за рубежом : материалы всерос. (нац.) науч.-практ. конф. с междунар. участием, Иркутск, 11 нояб. 2021 г. — Молодёжный, 234.
16. Репецкий О.В. Математическое моделирование влияния аэродинамической нагрузки на прочностные характеристики лопаток турбомашин / О.В. Репецкий, Н.В. Мань. — DOI 10.17150/2713-1734.2023.5(3).275-287. — EDN EWLVLH // System Analysis and Mathematical Modeling. — 2023. — Т. 5, № 3. — С. 275–287.
17. Brown J.W. Fourier Series and Boundary Value Problems / J.W. Brown, V.R. Churchill. — New York : McGraw-Hill Book Company, 1941. — 416 p.

References

1. Kostyuk A.G., Frolov V.V., Bulkin A.E., Trukhnii A.D. *Steam and Gas Turbines for Power Plants*. Moscow Power Engineering Institute Publ., 2016. 557 p.
2. Repetskii O.V. *Computer Analysis of the Dynamics and Strength of Turbomachines*. Irkutsk National Research Technical University Publ., 1999. 301 p.
3. Starkov R.Yu. *Development of Models for Calculating the Aerodynamic Characteristics of Turbomachines and Their Application at the Design Stage*. Cand. Diss. Rybinsk, 2005. 145 p.
4. Makarov P.V. *Forecasting and Research of Conditions of Occurrence of Flutter of Working Wheels of Compressors of Gas Turbine Engines and Installations at the Stage of Their Design*. Saint Petersburg, 2012. 160 p.
5. Kolenko G.S., Laskin A.S. Unsteady and Averaged Aerodynamic Loads Acting on Rotor Blades of Different Geometry. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPBPU. Estestvennye i inzhenernye nauki = St. Petersburg State Polytechnic University Journal of Engineering Science and Technology*, 2020, vol. 26, no. 1, pp. 15–28. (In Russian). EDN: WGMBLA. DOI: 10.18721/JEST.26102.

6. Cortes N., Amandolese X., Pfister J.-L., Blondel F., Boisard R., Schotté J.S. Numerical Prediction of Aerodynamic Loads Acting on a Blade Section-Model Oscillating in Stall. *Journal of Physics: Conference Series*, 2024, vol. 2767, iss. 2, pp. 022014. DOI: 10.1088/1742-6596/2767/2/022014.

7. Pyatunin K.R., Luginina N.S., Didenko R.A. Testing and Adaptation of New Approaches to Flow Modeling in Non-Stationary Formulation for Problems of Aerodynamics. *Trudy MAI*, 2013, no. 65, pp. 17. (In Russian). EDN: RBWGOT.

8. Mohamed A.A. Rotor Blade Aerodynamics Forces Modelling for Dynamic Analysis. *American Academic Scientific Research Journal for Engineering, Technology, and Sciences*, 2021, vol. 82, no. 1, pp. 66–77.

9. Leng Y., Yoo H., Jardin T., Bronz M., Moschetta J.-M. Aerodynamic Modeling of Propeller Forces and Moments at High Angle of Incidence. In *AIAA Scitech 2019 Forum, 7-11 January 2019*. San Diego, 2019. DOI: 10.2514/6.2019-1332.

10. Ledoux J., Riffo S., Salomon J. Analysis of the Blade Element Momentum Theory. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 2021, vol. 81, no. 6, pp. 2596–2621. DOI: 10.1137/20M133542Xff.

11. Popov S.I., Gondarenko Yu.A. Influences Mathematical Model of a Condition of a Flow on Aerodynamic Characteristics of the Maneuverable Aircraft. *Trudy MAI*, 2016, no. 89, pp.6. (In Russian). EDN: WWRCYR.

12. Naidu A.D., Vogel K., Fischer M. A Comparative Study of Transient Blade Row and Blade Count Scaling Approaches for Numerical Forced Response Analysis in a Transonic Turbine. In *Proceedings of 12th European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics & Thermodynamics*. Stockholm, 2017. DOI: 10.29008/ETC2017-305.

13. Blumenthal R., Hutchinson B., Zori L. Investigation of Transient CFD Methods Applied to a Transonic Compressor Stage. In *ASME Turbo Expo 2011, Vancouver, June 6-10, 2011*. Vancouver, 2011. DOI: 10.1115/GT2011-46635.

14. Cornelius C., Biesinger T., Galpin P., Braune A. Experimental and Computational Analysis of a Multistage Axial Compressor Including Stall Prediction by Steady and Transient CFD Methods. *Journal of Turbomachinery*, 2013, vol. 136, no. 6. DOI: 10.1115/GT2013-94639.

15. Repetskiy O.V., Nguyen, V.M. Numerical Study of the Influence of the Mesh Dimension on the Calculation of the Aerodynamic Parameters of the Axial Blade in Computational Fluid Dynamics. In *Actual Issues of Agro-industrial Complex of Russia and Abroad. Materials of the All-Russian (National) Scientific and Practical Conference with International Participation, Irkutsk, November 11, 2021*. Molodezhnyi, 2021, pp. 227–234. (In Russian). EDN: PYTTLL.

16. Repetckii O.V., Manh N.V. Mathematical Modeling and Study of the Influent Aerodynamic Loads on the Strength Characteristics of Turbine Blades. *System Analysis and Mathematical Modeling*, 2023, vol. 5, no. 3, pp. 275–287. (In Russian). EDN: EWLVLH. DOI: 10.17150/2713-1734.2023.5(3).275-287.

17. Brown J.W., Churchill V.R. *Fourier Series and Boundary Value Problems*. New York, McGraw-Hill Book Company, 1941. 416 p.

Информация об авторе

Нгуен Ван Мань — аспирант, кафедра электрооборудования и физики, Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского, п. Молодежный, Иркутский район, Российская Федерация, e-mail: manhzucov@gmail.com.

Information about the Author

Nguyen Van Manh — PhD Student, Department of Electrical Equipment and Physics, Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, Molodezhny, Irkutsk District, Russian Federation, e-mail: manhzucov@gmail.com.

Для цитирования

Нгуен Ван Мань. Развитие численных методов для моделирования аэродинамических сил на рабочие лопатки турбомашин / Нгуен Ван Мань. — DOI 10.17150/2713-1734.2024.6(4).426-437. — EDN NLKOJO // System Analysis & Mathematical Modeling. — 2024. — Т. 6, № 4. — С. 426–437.

For Citation

Nguyen Van Manh. Development of Numerical Methods for Modeling Aerodynamic Forces on Turbine Blades. *System Analysis & Mathematical Modeling*, 2024, vol. 6, no. 4, pp. 426–437. (In Russian). EDN: NLKOJO. DOI: 10.17150/2713-1734.2024.6(4).426-437.