

Научная статья

УДК 519-7

EDN UAWXWN

DOI 10.17150/2713-1734.2024.6(3).387-395



Хоанг Динь Кыонг

*Иркутский государственный аграрный  
университет им. А.А. Ежевского,**п. Молодежный, Иркутский район, Российская Федерация*

## Численный анализ ресурсных характеристик радиальных рабочих колес роторов турбомашин

**Аннотация.** Многие авторы показали, что анализ чувствительности является хорошим известным численным методом, рассчитанный на основе изучения собственных частотных колебаний конструкции в зависимости от набора конструктивных параметров. Но во многих научных работах, как в России, так и в других странах отмечается, что практически не представлен численный анализ чувствительности колебаний роторов турбомашин с учетом вращения и температуры. Также фактически не изучает численный анализ ресурсных характеристик сложных механических изделий таких как радиальные рабочие колеса турбомашин. В этой связи математическое моделирование и численный анализ ресурсных характеристик радиальных рабочих колес роторов турбомашин является актуальной научной задачей. В данной работе автором впервые рассмотрен квадратичный закон изменения температуры со скоростью вращения колеса для моделирования режимов вибрации и их чувствительности к изменениям степени деформации радиальных лопаток и прогноза количества циклического нагружения трапецевидной формой до разрушение колеса турбомашин.

**Ключевые слова.** Анализ чувствительности, математические модели, радиальное рабочее колесо, ресурс, турбомашин.

**Финансирование.** Данная работа выполнена в рамках гранта Российского научного фонда (РНФ) № 24-29-00135 «Численное исследование способов увеличения ресурсных характеристик осевых и радиальных транспортных турбомашин с помощью преднамеренной расстройки геометрических, массовых, аэродинамических и других параметров влияния».

**Информация о статье.** Дата поступления: 26 сентября 2024 г.; дата принятия к публикации: 1 октября 2024 г.; дата онлайн-размещения: 17 октября 2024 г.

Original article

Hoang Dinh Cuong

*Irkutsk State Agrarian University  
named after A.A. Ezhevsky,**Molodezhny, Irkutsk District, Russian Federation*

## Numerical Analysis of the Resource Characteristics Radial Impellers of Turbomachine Rotors

**Abstract.** Many authors have shown that sensitivity analysis is a well-known numerical method calculated on the basis of studying the natural frequency vibrations of a structure depending on a set of design parameters. But in many scientific works,

both in Russia and in other countries, it is noted that there is practically no numerical analysis of the vibration sensitivity of turbomachine rotors, taking into account rotation and temperature. It also does not actually study the numerical analysis of the resource characteristics of complex mechanical products such as radial impellers of turbomachines. In this regard, mathematical modeling and numerical analysis of the resource characteristics radial impellers of turbomachine rotors is an urgent scientific task. In this work, the author for the first time considered the quadratic law of temperature change with the speed of rotation impeller to simulate vibration modes and their sensitivity to changes in the degree of deformation of radial blades and the prediction of the amount of cyclic loading with a trapezoidal shape before the destruction impeller of turbomachines.

**Keywords.** Sensitivity analysis, mathematical models, radial impeller, resource, turbomachine.

**Financing.** This work was carried out within the framework of the Russian Science Foundation (RSF) grant No. 24-29-00135 “Numerical study of ways to increase the resource characteristics of axial and radial transport turbomachines using deliberate detuning of geometric, mass, aerodynamic and other parameters”.

**Article info.** Received 26 September, 2024; Accepted 1 October, 2024; Available online 17 October, 2024.

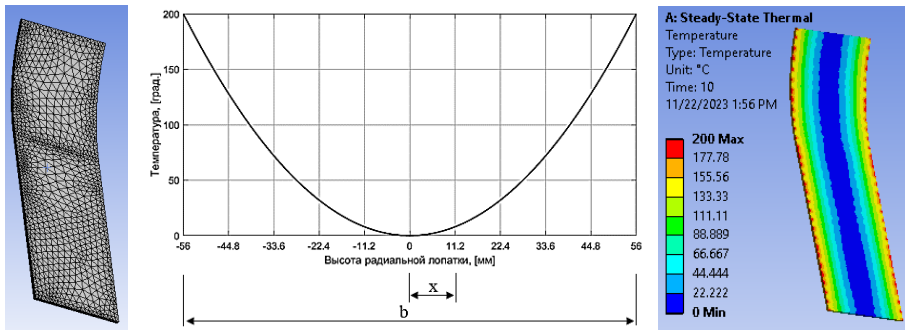
Численное моделирование реалистичных физических процессов радиальных роторов турбомашин часто занимает много времени и требует значительных вычислительных мощностей [1–4]. В некоторых случаях моделирование процесса, который требует десятков или даже сотен часов высокопроизводительных вычислений. Длительные процессы представляют собой еще большую проблему. Для сокращения времени исследований радиальных роторов турбомашин можно решить двумя способами: ускорением использования компьютеров или значительным упрощением процесса моделирования (геометрии, физических явлений или влияния отдельных элементов) [1; 4–9]. По этой причине следует проанализировать все методы, которые ускоряют или минимизируют количество симуляций, необходимых для достижения цели исследования.

Из исследований разных авторов [1; 2; 4; 6; 10] следует отметить, что метод конечных элементов (МКЭ) часто используется и применяется для исследования явления колебаний, динамических характеристик радиальных роторов турбомашин. Основным преимуществом МКЭ является любая непрерывная величина (как температура, давление и перемещение) может быть анализировать дискретной моделью [2; 4]. В этой связи автором выбран метод конечных элементов (МКЭ) для моделирования режимов вибрации и их чувствительности к изменениям степени деформации радиальных лопаток и расчета многоциклового усталостной долговечности радиальных рабочих колес турбомашин. Подобный анализ был проведен на примере радиального рабочего колеса фирмы «Schiele» AG. Моделирование трехмерной модели (3D) методом конечных элементов представлено на рис. 1 [3].



**Рис. 1. Радиальное рабочее колесо с 10-ю лопатками**

Отслеживая изменения температуры в пластине [11] отмечается, что линейные изменения температуры практически не приводят к возникновению напряжения. А повышение температур в узлах конечно-элементной сетки или разности температур между верхней и нижней поверхностями приводят к возникновению напряжения. Также наблюдается сильный изгиб в наименее жесткой плоскости. В этой связи автором впервые рассмотрен квадратичный закон изменения температуры со скоростью вращения радиального рабочего колеса для моделирования режимов вибрации и их чувствительности к изменениям степени деформации радиальных лопаток и расчета многоциклового усталостной долговечности радиальных рабочих колес турбомашин. Автор предлагает изменять температуру по высоте радиальной лопатки (рис. 2).



**Рис. 2. Модель распределения температуры по хорде радиальных лопаток**

Квадратичный закон изменения температуры записывается следующим образом [11]:

$$T = T_{\max} x^2 / (b / 2)^2, \quad (1)$$

где  $T$  — температура в точке,  $T_{\max}$  — температура во время тестирования,  $x$  — расчетный интервал,  $b$  — хорда лопатки.

Для определения местоположения зон, чувствительных к частоте колебаний лопатки в каждом  $k$ -ом узле конечного элемента предлагается математическая зависимость:

$$\Delta f_k^{\max} = \frac{f_k^{\max} - f_0}{f_0}, \quad \Delta f_k^{\min} = \frac{f_k^{\min} - f_0}{f_0}, \quad (2)$$

где  $\Delta f_k^{\min}$  и  $\Delta f_k^{\max}$  — минимальное и максимальное значение чувствительности собственной частоты;  $f_0, f_k$  — значение собственных частот колебаний лопатки без и с учетом влияния вращения и неравномерного нагрева в каждом  $k$ -ом узле конечного элемента.

Для моделирования режимов вибрации и их чувствительности к изменению степени деформации радиальных лопаток была создана оригинальная проблемно-ориентированная программа «SENS\_RAD». Авторская программа «SENS\_RAD» зарегистрирована в Федеральной службе по интеллектуальной собственности [12]. Интерфейс авторской программы в MATLAB проиллюстрирован на рис. 3. Следует отметить, что наибольшую степень деформации испытывает середина передней кромки лопаток, учитывая вращение и неравномерный нагрев лопаток для 10-й формы колебаний.

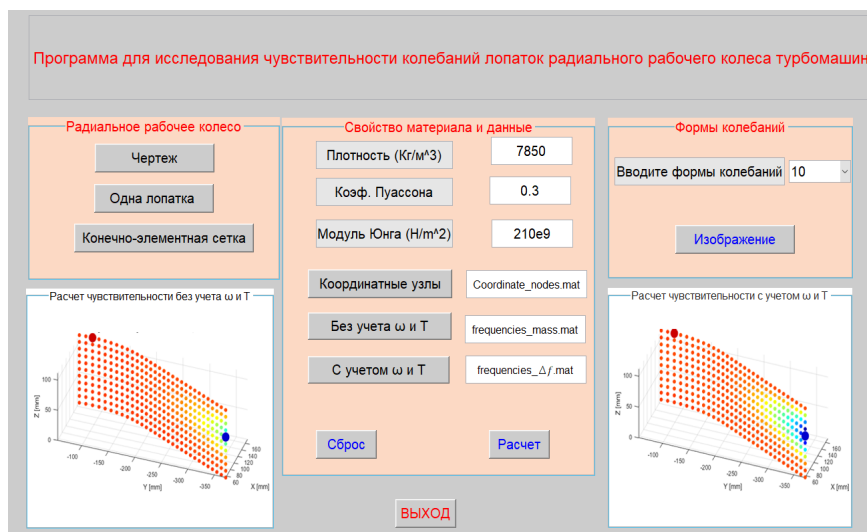
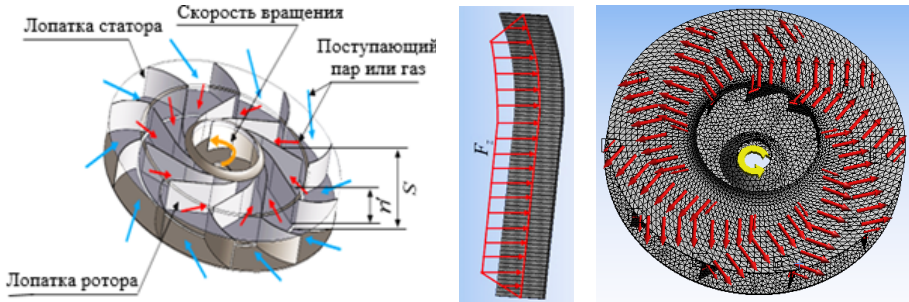


Рис. 3. Интерфейс программы «SENS\_RAD» в MATLAB

Для исследования средней зоне передней кромки лопаток при анализе чувствительности конструкций, автором предложена математическая модель, характеризующаяся трапецевидной

формой нагружения по всей длине лопаток. Модель трапецевидной формой нагружения лопаток колеса проиллюстрирован на рис. 4.



**Рис. 4. Модель трапецевидной формой нагружения лопаток колеса**

Лопатка возбуждается через сопловые лопатки (по всей длине лопаток). Уравнение движения рабочего колеса на основе МКЭ под воздействием внешней нагрузки может быть записано в виде [8–10; 13; 14]:

$$M\ddot{\delta} + C\dot{\delta} + K\delta = F. \quad (3)$$

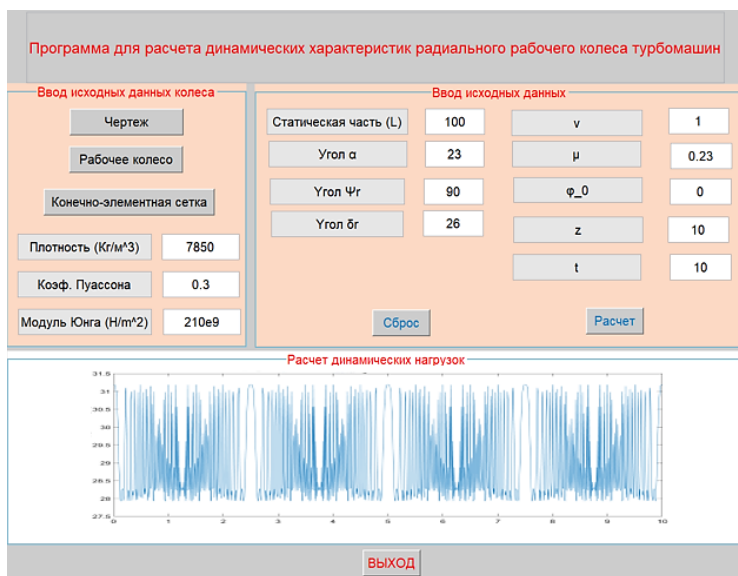
Для предложенного автором динамическая нагрузка записывается следующим образом:

$$F \approx \frac{2F_z}{\pi\nu} \sin(\nu\mu\pi) \frac{\sin(\pi\nu/2)}{\pi\nu/2}, \quad (4)$$

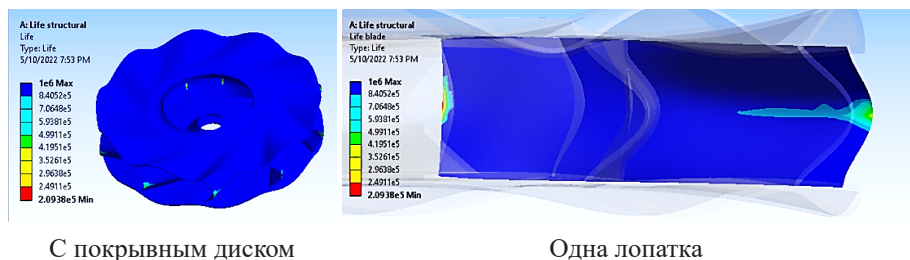
где  $\nu$  — гармоники возбуждения,  $\mu$  — расстояние между лопатками статора,  $F_z$  — аэродинамическая или газовая нагрузка, которая распределяется на каждую лопатку.

Среди основных разработанных математических моделей была создана оригинальная проблемно-ориентированная программа «RES\_RAD» для расчета динамических нагрузок колеса турбомашин [15]. Интерфейс программы «RES\_RAD» в MATLAB проиллюстрирован на рис. 5. В конце концов, данные динамические нагрузки анализируются в программу ANSYS для прогноза ресурсных характеристик радиального колеса.

Согласно результатам расчетов многоциклового усталостной долговечности в программе ANSYS на рис. 6 с гипотезой накопления усталых повреждений Palmgren-Miner, радиальные рабочие колеса могут быть разрушены на середине входной кромки радиальных лопаток от циклического нагружения трапецевидной формой при достижении  $2,0938 \cdot 10^5$  циклов.



**Рис. 5. Интерфейс программы «RES\_RAD» в MATLAB для расчета динамических нагрузок**



**Рис. 6. Расчет долговечности радиального рабочего колеса**

### Заключение

Таким образом, в данной статье предложена и развита расчетная модель, основанная на методе конечных элементов для анализа чувствительности радиальных рабочих колес с учетом вращения и температуры и прогноза количества циклического нагружения трапециевидной формой до разрушения колеса. Представлены интерфейсы авторской программы в MATLAB. Полученные результаты позволяют авторам перейти к следующему шагу в отношении оценки вариантов расстройки параметров для повышения прочностных характеристик лопаток радиального рабочего колеса турбомашин.

### Список использованной литературы

1. Костюк А.Г. Динамика и прочность турбомашин / А.Г. Костюк. — 3-е изд. — Москва : Изд. дом МЭИ, — 2007. — 476 с. — EDN QMJVZV.



2. Когаев В.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность/ В.П. Когаев, Н.А. Махутов, А.П. Гусенков. — Москва : Машиностроение, — 1985. — 224 с.
3. Репецкий О.В. Исследование прочностных характеристик элементов радиальных роторов турбомашин на основе разработанных математических моделей и программного интерфейса / О.В. Репецкий, Д.К. Хоанг. — DOI 10.24412/2227-9407-2024-5-30-45. — EDN ATIZCU // Вестник НГИЭИ. — 2024. — № 5 (156). — С. 30–45.
4. Репецкий О. В. Компьютерный анализ динамики и прочности турбомашин / О. В. Репецкий. — Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 1999. — 301 с. — EDN TTNLQR.
5. Хог Э. Анализ чувствительности при проектировании конструкций / Э. Хог, К. Чой, В. Комков. — Москва : Мир, 1988. — 428 с.
6. Forced response reduction of a blisk by means of intentional mistuning / B. Beirow, A. Kuehhorn, F. Figashevsky [et al.]. — DOI 10.1115/1.4040715 // Journal of Engineering for gas turbine and power. — 2019. — Vol. 141, no. 1. — P. 8.
7. Besem F.M. Forced response sensitivity of a mistuned rotor from an embedded compressor stage / F.M. Besem, R.E. Kielb, N.L. Key // Journal of turbomachinery. — 2016. — Vol. 138, no. 3. — P. 031002.
8. Figaschewsky F. Design and analysis of an intentional mistuning experiment reducing flutter susceptibility and minimizing forced response of a jet engine fan / F. Figaschewsky, A. Kühhorn, B. Beirow [et al.]. — DOI 10.1115/GT2017-64621 // ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition. — Charlotte, 2017. — P. 1–13.
9. Pourkiaee M. Mixed-Boundary component mode substitution for nonlinear dynamics of mistuned shrouded bladed disks / M. Pourkiaee, S. Zucca. — DOI 10.2514/1.J058561 // AIAA Journal. — 2020. — Vol. 58, no. 1. — P. 402–414.
10. Whitehead D.S. Effect of mistuning on forced vibration of blades with mechanical coupling / D.S. Whitehead // Journal of mechanical science. — 1976. — Vol. 18, no. 6. — P. 306–307.
11. Тимошенко С.П. Пластинки и оболочки / С.П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. — Москва : Наука, 1965. — 635с.
12. Программа для расчета чувствительности радиальных рабочих колес от изменения масс (SENS\_RAD) : свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022618312 РФ : № 2022617636 : заявл. 26.04.2022 : опубл. 05.05.2022 / О.В. Репецкий, Д.К. Хоанг ; заявитель ФГБОУ ВО «Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского». — EDN OELORQ.
13. Kaneko Y. Study on the reduction of the resonant stress of turbine blades caused by the stage interaction force (Simultaneous optimization of blade resonant stress and amount of unbalance) / Y. Kaneko, T. Watanabe, T. Furukawa // Journal of engineering for gas turbines and power. — 2021. — Vol. 143, no. 6. — P. 1–10.
14. Kaneko Y. Study on transient vibration of mistuned bladed disk passing through resonance / Y. Kaneko // ASME Turbo Expo 2013: Turbine Technical Conference and Exposition. — 2013. — Pt. C. 79 (801). — P. 1–10.
15. Программа для расчета ресурсных характеристик радиальных рабочих колес с учетом динамической нагрузки (RES\_RAD) : свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023665054 РФ : № 2023663623 : заявл. 29.06.2023 : опубл. 11.07.2023 / О.В. Репецкий, Д.К. Хоанг; заявитель ФГБОУ ВО «Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского».

## References

1. Kostyuk A.G. *Dynamics and Strength of Turbomachines*. 3rd ed. Moscow, Izdatel'skii dom MEI Publ., 2007. 476 p. EDN: QMJVZV.
2. Kogaev V.P., Makhutov N.A., Gusenkov A.P. *Calculations of Machine Parts and Structures for Strength and Durability*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985. 224 p.

3. Repetskii O.V., Hoang D.C. Study of Strength Characteristics of Radial Rotor Elements of Turbomachines Based on Developed of Mathematical Models and Program Interface. *Vestnik NGIEI = Bulletin NGIEI*, 2024, no. 5, pp. 30–45. (In Russian). EDN: ATIZCU. DOI: 10.24412/2227-9407-2024-5-30-45.

4. Repetskii O.V. *Computer Analysis of the Dynamics and Strength of Turbomachines*. Irkutsk National Research Technical University Publ., 1999. 301 p. EDN: TTNLQR.

5. Haug E.J., Chou K.K., Komkov V. *Design Sensitivity Analysis of Structural Systems*. Orlando, Academic Press, 1986. 408 p. (Russ. ed.: Haug E.J., Chou K.K., Komkov V. *Design Sensitivity Analysis of Structural Systems*. Moscow, Mir Publ., 1988. 428 p.).

6. Beirow B., Kuehhorn A., Figashevsky F., Bornhorn A., Repetskii O. Forced Response Reduction of a Blisk by Means of Intentional Mistuning. In *Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, 2019, vol. 141, no. 1, pp. 8.

7. Besem F.M., Kielb R.E., Key N.L. Forced Response Sensitivity of a Mistuned Rotor from an Embedded Compressor Stage. *Journal of Turbomachinery*, 2016, vol. 138, no. 3, pp. 031002.

8. Figashevsky F., Kühhorn A., Beirow B., Nipkau J., Giersch T., Power B. Design and Analysis of an Intentional Mistuning Experiment Reducing Flutter Susceptibility and Minimizing Forced Response of a Jet Engine Fan. In *ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. Charlotte, 2017, pp. 1–13. DOI: 10.1115/GT2017-64621.

9. Pourkiaee M., Zucca S. Mixed-Boundary Component Mode Substitution for Nonlinear Dynamics of Mistuned Shrouded Bladed Disks. *AIAA Journal*, 2020, vol. 58, no. 1, pp. 402–414. DOI: 10.2514/1.J058561.

10. Whitehead D.S. Effect of Mistuning on Forced Vibration of Blades with Mechanical Coupling. *Journal of Mechanical Science*, 1976, vol. 18, no. 6, pp. 306–307.

11. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S. *Theory of Plates and Shells*. 2<sup>nd</sup> ed. New York, Mc Graw-Hill, 1959. 580 p. (Russ. ed.: Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S. *Plates and Shells*. Moscow, Nauka Publ., 1965. 635 p.).

12. Repetskii O.V., Khoang D.K. *A program for calculating the sensitivity of radial impellers to changes in mass (SENS\_RAD). Certificate of state registration of a computer program No. 2022618312 of the Russian Federation. Application No. 2022617636 dated 04/26/2022, published 05/05/2022*. EDN: OELORQ.

13. Kaneko Y., Watanabe T., Furukawa T. Study on the Reduction of the Resonant Stress of Turbine Blades Caused by the Stage Interaction Force (Simultaneous Optimization of Blade Resonant Stress and Amount of Unbalance). *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2021, vol. 143, no. 6, pp. 1–10.

14. Kaneko Y. Study on Transient Vibration of Mistuned Bladed Disk Passing Through Resonance. *ASME Turbo Expo 2013: Turbine Technical Conference and Exposition*, 2013, pt. C. 79 (801), pp. 1–10.

15. Repetskii O.V., Khoang D.K. *A program for calculating the service life characteristics of radial impellers taking into account dynamic load (RES\_RAD). Certificate of state registration of a computer program No. 2023665054 RF. Application No. 2023663623 dated 06/29/2023, published 07/11/2023*.

### Информация об авторе

**Хоанг Динь Кыонг** — аспирант, кафедра электрооборудования и физики, Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского, п. Молодежный, Иркутский район, Российская Федерация, e-mail: hoangcuonghd95@gmail.com.



### Information about the Author

**Hoang Dinh Cuong** — PhD-Student, Department of Electrical Equipment and Physics, Irkutsk State Agricultural University named after A.A. Ezhevsky, Molodezhny, Irkutsk District, Russian Federation, e-mail: hoangcuonghd95@gmail.com.

### Для цитирования

Хоанг Динь Кыонг. Численный анализ ресурсных характеристик радиальных рабочих колес роторов турбомашин / Хоанг Динь Кыонг. — DOI 10.17150/2713-1734.2024.6(3).387-395. — EDN UAWXWN // System Analysis & Mathematical Modeling. — 2024. — Т. 6, № 3. — С. 387–395.

### For Citation

Hoang Dinh Cuong. Numerical Analysis of the Resource Characteristics Radial Impellers of Turbomachine Rotors. *System Analysis & Mathematical Modeling*, 2024, vol. 6, no. 3, pp. 387–395. (In Russian). EDN: UAWXWN. DOI: 10.17150/2713-1734.2024.6(3).387-395.