

Научная статья

УДК 62-523.2

EDN QSYXPS

DOI 10.17150/2713-1734.2024.6(3).377-386

**А.В. Сорокин***Байкальский государственный университет,  
г. Иркутск, Российская Федерация***З.В. Архипова***Байкальский государственный университет,  
г. Иркутск, Российская Федерация*

## Моделирование нагружающего устройства испытательного стенда механических трансмиссий

**Аннотация.** Представлено исследование нагружающего устройства испытательного стенда механических трансмиссий. Разработано математическое описание автономной электроэнергетической системы переменного тока в фазовых координатах и с помощью преобразования Парка — Горева проведено преобразование фазных величин статоров и роторов в систему  $d-q$ . Дается обоснование возможности понижения порядка математической модели стенда, с целью сделать ее более пригодной для синтеза системы управления. Сравнительным моделированием проверена гипотеза понижения порядка математического описания нагружающего устройства. Представлены результаты численного моделирования электромагнитной подсистемы стенда в различных режимах испытаний механических трансмиссий. Приводится анализ полученных процессов формирования циклограммы момента нагружения трансмиссии, на основании которого рекомендуется разработать систему управления стендом.

**Ключевые слова.** Испытательный стенд, испытание трансмиссий, электропривод, система управления.

**Информация о статье.** Дата поступления: 16 апреля 2024 г.; дата принятия к публикации: 1 октября 2024 г.; дата онлайн-размещения: 17 октября 2024 г.

Original article

**A.V. Sorokin***Baikal State University,  
Irkutsk, Russian Federation***Z.V. Arkhipova***Baikal State University,  
Irkutsk, Russian Federation*

## Simulation of the Loading Device of the Test Bench of Mechanical Transmissions

**Abstract.** A study of the loading device of a mechanical transmissions test bench is presented. A mathematical description of an autonomous AC electric power system in phase coordinates has been developed and, using the Park — Gorev transformation, the phase quantities of stators and rotors have been converted into the  $d-q$  system. A justification is given for the possibility of lowering the order of the mathematical model of the stand in order to make it more suitable for the synthesis of a control

system. Comparative modeling tested the hypothesis of reducing the order of the mathematical description of the loading device. The results of numerical simulation of the electromagnetic subsystem of the stand in various test modes of mechanical transmissions are presented. An analysis of the resulting processes for generating a cyclogram of the transmission loading moment is presented, on the basis of which it is recommended to develop a control system for the stand.

**Keywords.** Test stand, transmission testing, electric drive, control system.

**Article info.** Received 16 April, 2024; Accepted 1 October, 2024; Available online 17 October, 2024.

Работа посвящена моделированию нагружающего устройства испытательного стенда механических трансмиссий (ИСМТ). Задачей стенда является проверка работоспособности изделий перед крупно узловым сборкой механизмов. Процесс испытаний характеризуется передачей энергии через вращающийся вал трансмиссии с нагружением его по определенному закону, который должен с максимальной точностью воспроизводить нагрузки, возникающие в трансмиссиях при их эксплуатации в рабочих и аварийных режимах.

Нагрузочное устройство (НУ) реализовано в виде структуры «генератор — двигатель» с машинами переменного тока, включенных по схеме взаимной нагрузки с механическим покрытием потерь и регулированием момента нагрузки посредством асинхронного вентильно-машинного каскада. Регулирование частоты вращения и компенсация потерь осуществляется приводным двигателем постоянного тока [1].

В работе [2] приведена разработанная математическая модель нагружающего устройства испытательного стенда механических трансмиссий. В ней отображены особенности построения испытательного стенда как сложного взаимосвязанного электро-механического объекта управления.

Данная работа является третьей частью модели [2; 3] и в ней отражены вопросы моделирования только электромагнитных процессов, протекающие в НУ без детализации сложных взаимосвязей между электромагнитной и механической подсистемами ИСМТ.

Математическое описание процессов преобразования энергии в электромагнитной подсистеме НУ [2] имеет вид

$$\dot{x}_s = A(x_m)x_s + Bu, \quad (1)$$

где  $Ax_m$  — функциональная матрица с элементами зависящими от вектора состояния механической подсистемы НУ;  $x_s$  — вектор состояния токов электромагнитной подсистемы НУ;  $B$  — постоянная матрица управления;  $u$  — вектор управления электромагнитной подсистемы НУ.

При исследовании динамики электромагнитных процессов НУ принимаем скорость вращения стэнда постоянной и равной скорости рабочего режима испытаний трансмиссии (2680 об/мин). Функциональная матрица  $A(x)$ , при принятом допущении становится постоянной матрицей  $A'$ .

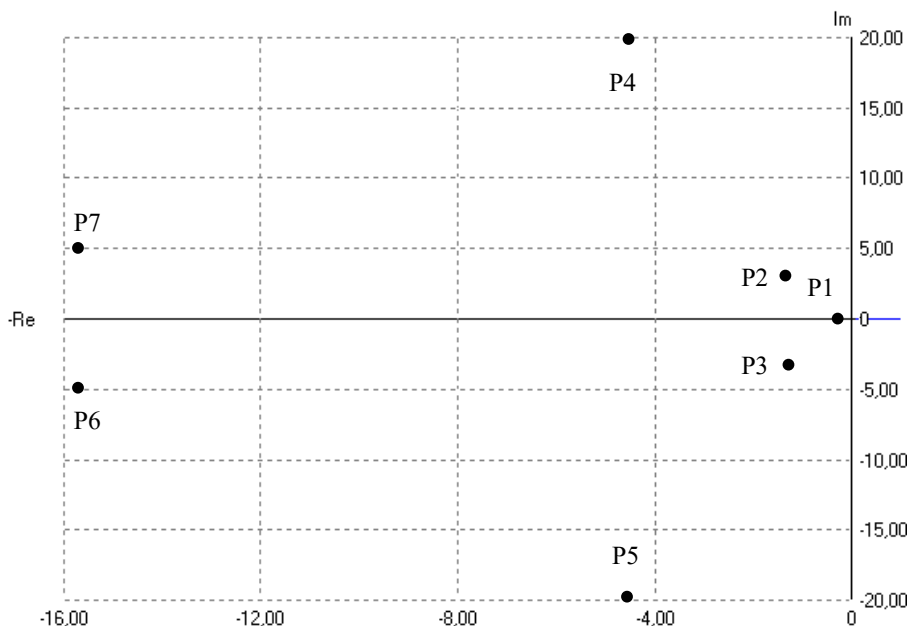
Детализированная структурная схема, составленная по уравнениям (1) и описывающая электромагнитные процессы, протекающие в цепях НУ стэнда, сложна для анализа и синтеза системы управления. В силу чего возникает необходимость обоснованного ее упрощения.

Запишем систему уравнений, где в качестве переменных состояния выбраны токи, в виде уравнений Парка — Горева [2]

$$\begin{bmatrix} 0 \\ U_f \\ 0 \\ U_{Rd} \\ 0 \\ 0 \\ U_{Rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s & 0 & 0 & 0 & \omega_r L_q & \omega_r M_{a1q} & \omega_r M_{ar} \\ 0 & R_f & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{ld} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_R & -(\omega_r - \omega_d) M_{Ra} & 0 & -(\omega_r - \omega_d) L_R \\ -\omega_r L_q & \omega_r M_{af} & \omega_r M_{a1d} & -\omega_r M_{ar} & -R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{1q} & 0 \\ (\omega_r - \omega_d) M_{ra} & 0 & 0 & (\omega_r - \omega_d) L_R & 0 & 0 & R_R \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} I_d \\ I_f \\ I_{ld} \\ I_{Rd} \\ I_q \\ I_{1q} \\ I_{Rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -L_d & 0 & M_{a1d} & -M_{ar} & 0 & 0 & 0 \\ -M_{fa} & L_f & M_{f1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -M_{1ad} & M_{1f} & L_{ld} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{ar} & 0 & 0 & L_R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -L_q & -M_{a1q} & -M_{ar} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{a1q} & L_{1q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{ra} & 0 & L_R \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_d \\ I_f \\ I_{ld} \\ I_{Rd} \\ I_q \\ I_{1q} \\ I_{Rq} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $U_{Rd}$ ,  $U_{Rq}$  — проекции вектора добавочного напряжения вводимого в цепь ротора АД;  $U_f$  — напряжение возбуждения СГ;  $I_d$ ,  $I_q$ ,  $I_{Rd}$ ,  $I_{Rq}$  — проекции тока статорной цепи и тока ротора АД на оси  $d$  и  $q$ ;  $M_{af}$  — коэффициент взаимоиндукции фазы статора СГ, обусловленный потоком обмотки возбуждения;  $M_{fa}$  — коэффициент взаимоиндукции обмотки возбуждения обусловленный потоками обмотки статора;  $M_{a1d}$ ,  $M_{ad1}$  — коэффициенты взаимоиндукции обмотки статора СГ, обусловленные потоками соответственно продольного и поперечного успокоительных контуров;  $L_{ld}$  и  $L_{1q}$  — коэффициенты самоиндукции успокоительных контуров;  $L_f$  — коэффициенты самоиндукции обмотки возбуждения;  $M_{1da}$ ,  $M_{1qa}$ ,  $M_{1df}$ ,  $M_{f1d}$  — коэффициенты взаимоиндукции успокоительных контуров и обмотки возбуждения;  $L_d$ ,  $L_q$  — коэффициенты самоиндукции статорной цепи;  $M_{ar}$  — коэффициенты взаимоиндукции статора и ротора АД;  $L_R$  — коэффициенты самоиндукции роторной цепи АД по продольной и поперечной осям;  $R_s$ ,  $R_R$  — активные сопротивления общей статорной цепи СГ — АД и роторной цепи АД приведенные к статору;  $\omega_r$ ,  $\omega_d$  — угловые скорости роторов СГ и АД.

На рис. 1 показано распределение полюсов системы (2), являющихся собственными числами матрицы  $A'$ , отражающие динамические свойства электромагнитной подсистемы.



**Рис. 1. Распределение полюсов полноразмерной системы**

Из рисунка видно, что система объединяет две подсистемы с различными масштабами времени: «медленная» подсистема, включающая в себя цепи возбуждения синхронного генератора (P1), общей статорной цепи (P2 и P3), ротора асинхронного двигателя (P4 и P5) и «быстрая» подсистема цепи успокоительных контуров СГ (P7 и P8). Влияние успокоительных (демпфирующих) контуров на протекание переходных процессов в СГ необходимо учитывать при специфических режимах работы машины: коротком замыкании, выпадении из синхронизма или временного отключения машины с повторным включением. В данной работе не стояла задача исследования таких режимов, так как они являются скорее аварийными, а не рабочими режимами испытаний механических трансмиссий. Однако, успокоительная обмотка делает синхронную машину более динамически устойчивой к внешним возмущениям как по сети, так и по внешнему моменту нагрузки. С другой стороны, успокоительная обмотка повышает порядок модели, не увеличивая размерности входной переменной, так как подать управляющее напряжение на нее невозможно. Поэтому по мнению авторов [4; 5] при управлении, организованном определенным образом, влиянием переходных процессов в успокоительных контурах СГ можно пренебречь.

Запишем систему уравнений (1) в виде

$$\dot{x}_y = A'x_y + Bu, \quad (3)$$

Используя теорию линейных сингулярно возмущенных систем и принимая во внимание, что  $\text{rank}[B \ A' B \dots A'^{n-1} B] = 7$ , где порядок системы (2)  $n=7$ , т.е. система вполне управляема, понизим порядок исследуемой системы. Для этого уравнение (3) приведем к виду

$$\begin{aligned} \dot{x}_{эм} &= A_{11}x_{эм} + A_{12}x_{эб} + B_{11}u; \\ \mu \dot{x}_{эб} &= A_{21}x_{эм} + A_{22}x_{эб} + B_{12}u, \end{aligned} \quad (4)$$

при начальных условиях  $t_0, x_{эм0}, x_{эб0}$ , где  $x_{эм} = [I_d \ I_{rd} \ I_f \ I_q \ I_{rq}]^T$  — вектор состояния «медленной» подсистемы; — вектор состояния «быстрой» подсистемы;  $\mu$  — малый параметр;  $A_{11}$  и  $A_{22}$  — постоянные матрицы размерности  $5 \times 2$  и  $3 \times 5$  соответственно;  $A_{12}$  и  $A_{21}$  — постоянные матрицы размерности  $5 \times 2$  и  $3 \times 5$  соответственно.

В результате устремления  $\mu \rightarrow 0$  из уравнения (4) получим вырожденную систему

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_{эм} &= A_{11}\bar{x}_{эм} + A_{12}\bar{x}_{эб} + B_{11}u; \\ 0 &= A_{21}\bar{x}_{эм} + A_{22}\bar{x}_{эб} + B_{12}u, \end{aligned} \quad (5)$$

при начальных условиях  $t_0, x_{эм0}$ , где  $\bar{x}_{эм}$  и  $\bar{x}_{эб}$  — приближенное решение системы уравнений (4). Так как  $A_{22}$  — не особая, то существует единственный корень

$$\bar{x}_{эб} = -A_{22}^{-1}(A_{21}\bar{x}_{эм} + B_{12}u), \quad (6)$$

И вырожденная система после подстановки (6) и (5) принимает вид

$$\dot{\bar{x}}_{эм} = \tilde{A}\bar{x}_{эм} + \tilde{B}_1u, \quad (7)$$

при начальных условиях  $t_0, \bar{x}_{эм0}$ , где

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}; \\ \tilde{B}_1 &= B_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}B_{12}. \end{aligned} \quad (8)$$

По лемме А.И. Климусева и Н.Н. Красовского (при  $u = 0$ ) следует, чтобы полное решение системы стремилось к решению вырожденной и было асимптотически устойчивым, необходимо и достаточно, чтобы присоединенная и вырожденная системы были устойчивыми. Данное условие выполняется.

Предположение о возможном пренебрежении переходными процессами, протекающими в успокоительных контурах СГ при

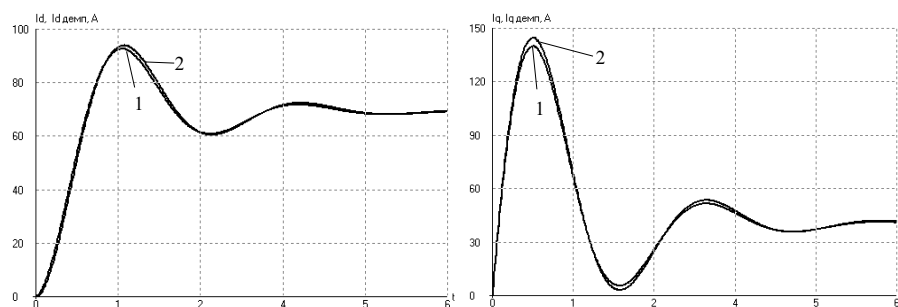
формировании циклограммы момента нагружения испытуемой трансмиссии, было проверено моделированием. Понижение порядка модели незначительно увеличило колебательность системы по сравнению с исходной, в остальном модель ведет себя аналогично полной модели электромагнитных процессов, протекающих в стенде.

Модель пониженной размерности 5 порядка имеет два управляющих входа: вход обмотки возбуждения СГ и вход вводимого в цепь ротора АД добавочного напряжения. Представляется целесообразным создание локальных систем управления: возбуждения СГ и контура нагружения стенда. Такая организация управления появляется в силу того, что система пониженного порядка (7) также объединяет две подсистемы с различными масштабами времени: «медленная» подсистема включает в себя цепь обмотки возбуждения СГ (полюс P1 см. рис. 1) и «быстрая» подсистема — цепи статорных и роторных обмоток стенда (полюса P2, P3, P4 и P5). В формировании момента нагрузки испытуемой трансмиссии решающую роль играют статорные и роторные обмотки электрических машин переменного тока нагружающего устройства. Темп протекания переходных процессов в них на порядок превосходит темп процессов в обмотке возбуждения СГ. Так же принимая во внимание, что система (7) полностью управляема целесообразно провести дальнейшую декомпозицию, считая, что переходные процессы формирования момента нагружения трансмиссии заканчиваются до того, как существенно изменится поток СГ создаваемый током его обмотки возбуждения.

Декомпозированная система является более простой по сравнению с исходной, легче поддается анализу и пригодна для синтеза системы управления контура нагружения стенда.

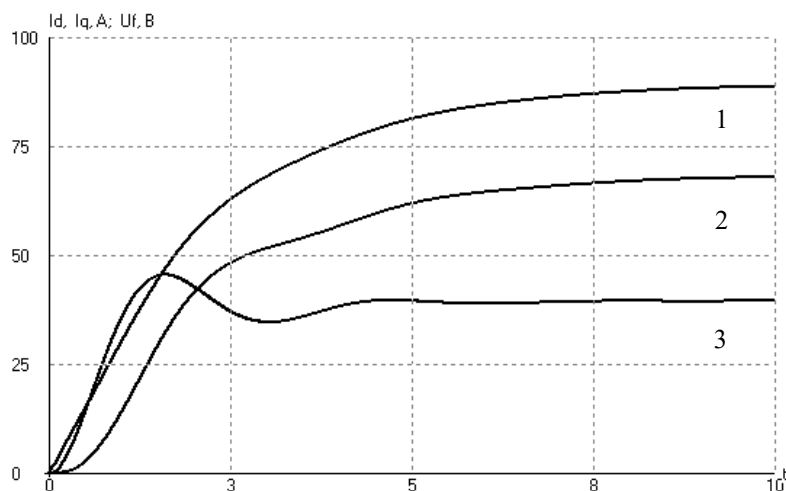
При моделировании электромагнитных процессов, протекающих в испытательном стенде трансмиссий, использовалась программа «DifSiS» [6].

В результате моделирования была проверена версия о возможном понижении размерности матрицы системы. На рис. 2 представлены переходные процессы тока электромагнитной цепи статора нагружающего устройства стенда представленной в осях  $d-q$ . Проиллюстрированный режим отражает процессы, протекающие в стенде при замыкании статорной цепи НУ и уже поданном напряжении возбуждения синхронного генератора. На рисунке показаны токи, рассчитанные по полной модели (кривая 1) и по упрощенной (вырожденной) (кривая 2). Как видно из рисунка понижение порядка модели незначительно, увеличило колебательность системы по сравнению с исходной, в остальном модель ведет себя аналогично полной модели электромагнитных процессов, протекающих в стенде.



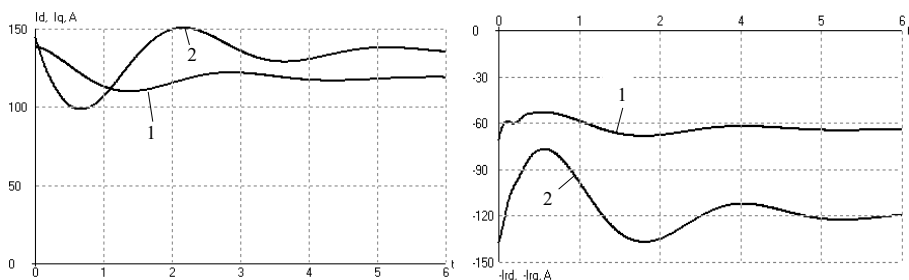
**Рис. 2. Переходные процессы тока электромагнитной цепи статора НУ**

На рис. 3 приводятся переходные процессы протекающие в обмотке возбуждения СГ (кривая 1), тока статора по оси  $d$  (кривая 2) и оси  $q$  (кривая 3). Переходной процесс рассчитывался в предположении, что возбуждение СГ подается при замкнутой цепи статора НУ стэнда. Естественно, что медленная подсистема возбуждения определяет динамику процессов. Становится очевидным, что технологические требования к испытаниям механических трансмиссий не выполняются в силу затянутого процесса формирования момента нагрузки, передаваемого трансмиссией. На основании этого, предложенная выше, структура организации системы управления стэндом, с отдельным управлением локальных систем управления: возбуждения СГ и контура нагружения стэнда является правильной.



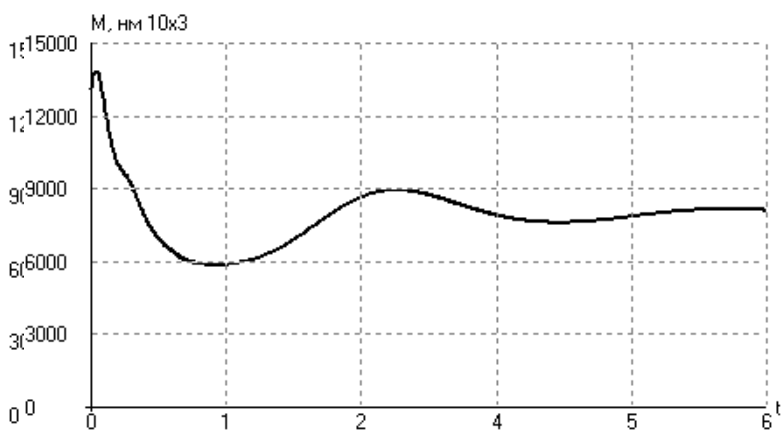
**Рис. 3. Переходные процессы электромагнитной системы НУ стэнда**

На рис. 4 представлены процессы, протекающие в НУ стэнда при допущении постоянства скорости стэнда и постоянном возбуждении СГ. Переходные процессы в электромагнитных цепях НУ возбуждались скачкообразным изменением ЭДС, вводимой в цепь ротора АД при формировании циклограммы момента нагружения трансмиссии. Введенное ЭДС соответствовало уменьшению момента на 30 %. На левой части рисунка представлены токи статора  $I_d$  (кривая 1) и  $I_q$  (кривая 2), на правой — токи ротора  $I_{rd}$  (кривая 1) и  $I_{rq}$  (кривая 2).



**Рис. 4. Переходные процессы токов в электромагнитных цепях НУ при изменении ЭДС, вводимой в цепь ротора АД**

Процесс формирования циклограммы момента нагружения трансмиссии, при переходе с режима на режим (уменьшение на 30%) представлен на рис. 5.



**Рис. 5. Процесс формирования циклограммы момента нагружения трансмиссии**

Из рисунка видно, что момент передаваемый через трансмиссию имеет колебательный, слабозатухающий характер с частотой 0,4 Гц. Становится очевидным, что быстродействие процесса



формирования момента нагружения, а также форма процесса имеет недопустимые параметры, которые не только не обеспечивают полноценное испытания трансмиссий, но могут приводить к усталостным напряжениям и даже разрушениям испытуемого изделия. В силу этого встает необходимость синтеза системы управления устраняющей данные проблемы.

### Список использованной литературы

1. Патент № 1596305 А1 СССР, G05B 13/00. Устройство оптимизации электропривода стенда для испытаний трансмиссий : № 4375112 : заявл. 08.02.1988 : опубл. 30.09.1990 / Ю.А. Борцов, С.Е. Голик, Н.Д. Поляхов [и др.]. — 5 с.
2. Сорокин А.В. Математическая модель нагружающего устройства испытательного стенда механических трансмиссий / А.В. Сорокин. — DOI 10.17150/2713-1734.2023.5(1).66-74. — EDN QDXVHM // System Analysis & Mathematical Modeling. — 2023. — Т. 5, № 1. — С. 66–74.
3. Сорокин А.В. Математическая модель процессов, протекающих в механической части испытательного стенда трансмиссий / А.В. Сорокин. — DOI 10.17150/2713-1734.2023.5(2).222-232. — EDN SABWFS // System Analysis & Mathematical Modeling. — 2023. — Т. 5, № 2. — С. 222–232.
4. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин / И.П. Копылов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Высшая школа, 2001. — 327 с.
5. Онищенко Г.Б. Теория электропривода: учебник / Г.Б. Онищенко. — Москва : Инфра-М, 2018. — 384 с.
6. Патент 2023668246 Российская Федерация, Программа для математического моделирования электромеханических систем "DifSyS" : № 2023666872 : заявл. 14.08.2023 : опубл. 24.08.2023 / А.В. Сорокин; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВО «Байкальский государственный университет».

### References

1. Bortsov Yu.A., Golik S.E., Polyakhov N.D., Putov V.V., Sorokin A.V., Shmelev V.A. *Transmission Test Bench Electric Drive Optimization Device*. Patent no. 4375112, USSR; Applicant and Patent 08.02.1988; publ. 30.09.1990. 5 p.
2. Sorokin A.V. Mathematical Model of the Loading Device of the Test Bench Mechanical Transmissions. *System Analysis & Mathematical Modeling*, 2023, vol. 5, no. 1, pp. 66–74. (In Russian). EDN: QDXVHM. DOI: 10.17150/2713-1734.2023.5(1).66-74.
3. Sorokin A.V. Mathematical Model of the Processes Occurring in the Mechanical Part of the Transmission Test Bench. *System Analysis & Mathematical Modeling*, 2023, vol. 5, no. 2, pp. 222–232. (In Russian). EDN: SABWFS. DOI: 10.17150/2713-1734.2023.5(2).222-232.
4. Kopylov I.P. *Mathematical modeling of electrical machines*. 3<sup>rd</sup> ed. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2001. 327 p.
5. Onishchenko G.B. *Electric drive theory*. Moscow, Infra-M Publ., 2018. 384 p.
6. Sorokin A.V. *Program for mathematical modeling of electromechanical systems "DifSyS"*. Patent RF, no. 2023668246; Applicant and Patent 14.08.2023; publ. 24.08.2023.

### Информация об авторах

**Сорокин Александр Васильевич** — кандидат технических наук, доцент, кафедра математических методов и цифровых технологий, Байкальский государственный университет, г. Иркутск, Российская Федерация, e-mail: sorokinav@bgu.ru.

**Архипова Зоя Валентиновна** — кандидат экономических наук, доцент, кафедра математических методов и цифровых технологий, Байкальский государственный университет, г. Иркутск, Российская Федерация, e-mail: arhipovazv@bgu.ru.

### Information about the Authors

**Alexander V. Sorokin** — PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Department of Mathematical Methods and Digital Technologies, Baikal State University, Irkutsk, Russian Federation, e-mail: sorokinav@bgu.ru.

**Zoya V. Arkhipova** — PhD in Economics, Associate Professor, Department of Mathematical Methods and Digital Technologies, Baikal State University, Irkutsk, Russian Federation, e-mail: arhipovazv@bgu.ru.

### Вклад авторов

Все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### Contribution of the Authors

The authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

### Для цитирования

Сорокин А.В. Моделирование нагружающего устройства испытательного стенда механических трансмиссий / А.В. Сорокин, З.В. Архипова. — DOI 10.17150/2713-1734.2024.6(3).377-386. — EDN QSYXPS // *System Analysis & Mathematical Modeling*. — 2024. — Т. 6, № 3. — С. 377–386.

### For Citation

Sorokin A.V., Arkhipova Z.V. Simulation of the Loading Device of the Test Bench of Mechanical Transmissions. *System Analysis & Mathematical Modeling*, 2024, vol. 6, no. 3, pp. 377–386. (In Russian). EDN: QSYXPS. DOI: 10.17150/2713-1734.2024.6(3).377-386.