

Научная статья
УДК 535.42; 517.9
EDN UTVWBM
DOI 10.17150/2713-1734.2024.6(2).159-167



А.В. Боровский

*Байкальский государственный университет,
г. Иркутск, Российская Федерация*

А.Л. Галкин

*Институт общей физики им. А.М. Прохорова
Российской академии наук,
г. Москва, Российская Федерация*

Метод численного определения мощности излучения электрона в фокусе ультракороткого лазерного импульса

Аннотация. Представлен новый численный метод интегрирования по двум углам диаграммы направленности излучения электрона, движущегося с ускорением. Метод использует представление двумерного интеграла в виде двойной интегральной суммы по угловым секторам, линейную аппроксимацию функции интенсивности по угловым точкам элементарного сектора, взятие интеграла от аппроксимации в аналитическом виде. С использованием нового метода решена задача релятивистской электродинамики, связанная с вычислением мощности излучения электрона, движущегося по сложной траектории в окрестности фокуса фемтосекундного лазерного импульса.

Ключевые слова. Численные методы, лазерная физика, фемтосекундные лазеры, диаграмма направленности излучения электрона, излучение электрона в релятивистской электродинамике.

Информация о статье. Дата поступления: 17 мая 2023 г.; дата принятия к публикации: 23 мая 2024 г.; дата онлайн-размещения: 19 июня 2024 г.

Original article

A.V. Borovsky

*Baikal State University,
Irkutsk, Russian Federation*

A.L. Galkin

*Prokhorov General Physics Institute
of the Russian Academy of Sciences,
Moscow, Russian Federation*

Method of Numerical Determination of the Electron Radiation Power in the Focus of an Ultrashort Laser Pulse

Abstract. A new numerical method of integration over two angles of the radiation pattern of an electron moving with acceleration is presented. The method uses the representation of a two-dimensional integral in the form of a double integral sum over angular sectors, a linear approximation of the intensity function over the angular points of an elementary sector, taking the integral from the approximation in an analytical form. Using the new method, the problem of relativistic electrodynamics related to the calculation of the radiation power of an electron moving along a complex trajectory in the vicinity of the focus of a femtosecond laser pulse is solved.

Keywords. Numerical methods, laser physics, femtosecond lasers, electron radiation pattern, electron radiation in relativistic electrodynamics.

Article info. Received 17 May, 2023; Accepted 23 May, 2024; Available online 19 June, 2024.

Введение

Лазерная физика оформилась в отдельный раздел физико-математических наук после предложения советскими физиками А.М. Прохоровым и Н.Н. Басовым использовать вынужденное излучение для усиления электромагнитных волн в микроволновом диапазоне (мазер - первый лазер)¹. Впоследствии оба получили за это открытие нобелевскую премию по физике.

К 90-м гг. прошлого века развитие лазерной техники привело к появлению фемтосекундных лазеров, которые позволяли создавать лазерные импульсы с поперечным размером порядка одной длины волны, продольным размером порядка 100 длин волн и интенсивностью излучения в таком импульсе порядка 10^{18} Вт/см² [1]. На протяжении последних 30 лет происходило уменьшение протяженности лазерных импульсов до 1-5 длин волн и увеличение их интенсивности до 10^{22} Вт/см² [2].

Воздействие лазерных импульсов с указанными параметрами на вещество представляет фундаментальный интерес [3], так как электромагнитного излучения столь высокой интенсивности нигде в природе не встречается, за исключением реакций с элементарными частицами. Вещество в таких полях сразу превращается в плазму. Причем электроны движутся с учетом релятивистских законов. В практическом плане фемтосекундные лазеры могут использоваться в нанoeлектронике, как инструмент для получения горячих электронов с энергиями превышающими 1 Мэв и ультрафиолетового и рентгеновского излучения.

В теоретическом плане за последние 30 лет было изучено движение отдельного электрона в полях ультракоротких лазерных импульсов. Решалось векторное релятивистское уравнение движения для электрона под воздействием силы Лоренца. Такое уравнение носит название векторное уравнение Ньютона-Лоренца. Было показано, что для линейно-поляризованного лазерного импульса траектория движения электрона, который находился на оси, носит вид сильно вытянутых восьмерок. В предельном случае суперинтенсивных лазерных импульсов траектория вырождается в совокупность почти прямых наклонных отрезков, рис. 1.

Для циркулярно-поляризованного лазерного импульса траектория электрона носит вид раскручивающейся, а затем сжимающейся спирали, рис. 2.

¹ Мазер // Википедия. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D0%B7%D0%B5%D1%80>.

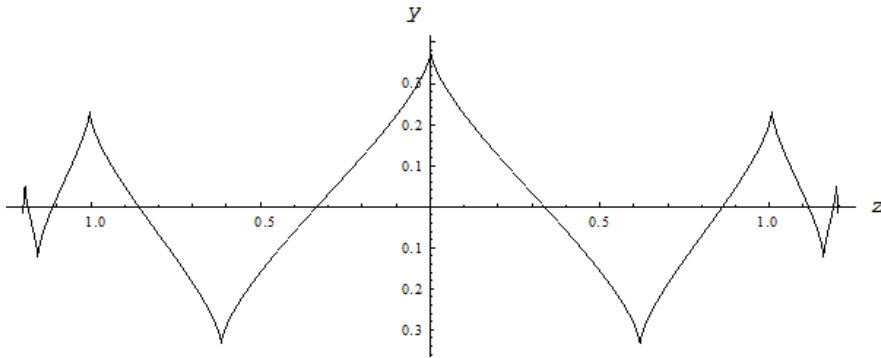


Рис. 1. Траектория электрона в фокусе фемтосекундного лазерного импульса линейной поляризации

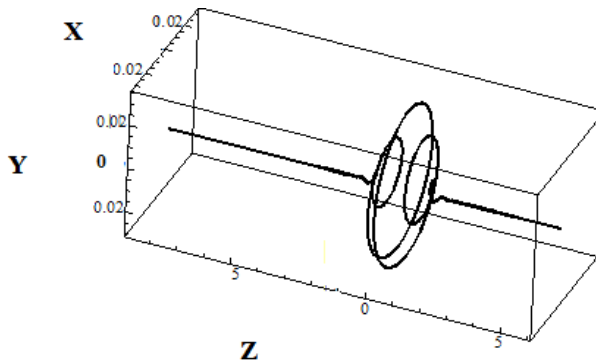


Рис. 2. Траектория электрона в фокусе фемтосекундного лазерного импульса циркулярной поляризации

Было изучено также поведение скорости и ускорения электрона, [4–9]. В качестве следующего этапа исследования была решена задача движения ансамбля электронов, распределенных в пространстве. Вычислены пространственно-угловые энергетические спектры электронов, вылетающих из фокальной области фемтосекундных лазерных импульсов. Были получены совпадения теоретических и экспериментальных спектров [3].

Следующим этапом производились вычисления излучения электронов, движущихся по криволинейным траекториям в фокальной области лазерного импульса. Вычисления основываются на формулах релятивистской теории поля (релятивистской электродинамики) [10]. В этой теории берут уравнения Максвелла в 4-х мерном виде с источниками в правой части. Переписывают уравнения Максвелла в лоренцевой калибровке. В трехмерном виде получаются два линейных волновых уравнения для векторного и скалярного потенциалов с источниками в правой части. Источниками являются плотности зарядов и токов, которые в общем

случае зависят от координаты и времени. Волновые уравнения с источниками имеют строгие решения в виде запаздывающих потенциалов. Для случая, когда источник представляет собой один движущийся заряд, его можно записать в виде дельта-функции и подставить в выражение для запаздывающих потенциалов. Интегралы тогда вычисляются в аналитическом виде и получаются выражения для потенциалов Лиенара-Вихерта. Т.е. потенциалы Лиенара-Вихерта это строгие решения уравнений Максвелла в лоренцевой калибровке для одного движущегося заряда. В курсе Теории поля потенциалы ЛВ получены двумя способами. Второй способ связан с применением преобразований Лоренца. Результаты одинаковые. Через потенциалы ЛВ вычисляются электрическое и магнитное поля вокруг движущегося заряда. Электрическое поле представляется в виде двух слагаемых. Первое слагаемое зависит только от скорости заряда, спадает как R^{-2} и является искаженным электростатическим полем. Второе слагаемое зависит от ускорения заряда, спадает как R^{-1} и является полем излучения. При этом интенсивность излучения, пропорциональна квадрату поля, и спадает как R^{-2} , что указывает на сохранение энергии, излученной электроном в окружающее пространство при ее распространении.

В расчетах мощности излучения нужно окружить электрон сферой. Для каждого элемента площади сферы рассчитать интенсивность излучения, используя для этого потенциалы ЛВ. Зависимость интенсивности от двух углов (полярного и азимутального) дает диаграмму направленности излучения для движущегося электрона. Затем следует проинтегрировать интенсивность излучения по поверхности сферы. При этом получится интегральная по углам мощность излучения электрона.

При таких вычислениях возникает новая вычислительная задача, а именно, интегрирование диаграммы направленности излучения электрона по двум углам (по телесному углу). Авторы статьи предлагают для этой цели новый численный метод, так как известные методы интегрирования не срабатывают, либо работают слишком медленно.

Метод численного определения мощности излучения

Из потенциалов Лиенара-Вихерта определяется угловое распределение интенсивности излучения $f(\varphi, \theta)$, величина мощности есть интеграл по телесному углу:

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} f(\varphi, \theta) \sin \theta d\varphi d\theta. \quad (1)$$

На равномерной сетке с шагом $h = \frac{\pi}{N}$

$$\theta_i = \frac{\pi}{N}(i-1), i = 1, \dots, N+1; \varphi_j = \frac{\pi}{N}(j-1), j = 1, \dots, 2N+1$$

интеграл заменяется формой

$$P = \sum_{j=1}^{2N} \sum_{i=1}^N \int_{\varphi_j}^{\varphi_{j+1}} \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} f(\varphi, \theta) \sin \theta d\varphi d\theta. \quad (2)$$

В пределах угловой ячейки функцию можно линейно аппроксимировать через угловые значения:

$$\begin{aligned} f(\varphi, \theta) = & \frac{1}{h^2} \left\{ (f_{j+1i+1} - f_{ji+1} - f_{j+1i} + f_{ji}) \varphi \vartheta + \right. \\ & + (f_{ji+1} \varphi_{j+1} - f_{j+1i+1} \varphi_j - f_{ji} \varphi_{j+1} + f_{j+1i} \varphi_j) \vartheta + \\ & + (f_{j+1i} \vartheta_{i+1} - f_{ji} \vartheta_{i+1} - f_{j+1i+1} \vartheta_i + f_{ji+1} \vartheta_i) \varphi + (f_{ji} \varphi_{j+1} \vartheta_{i+1} - \\ & \left. - f_{j+1i} \varphi_j \vartheta_{i+1} - f_{ji+1} \varphi_{j+1} \vartheta_i + f_{j+1i+1} \varphi_j \vartheta_i) \right\}, \quad (3) \end{aligned}$$

и проинтегрировать. В результате получим конечно-разностную формулу для мощности излучения:

$$\begin{aligned} P = & \sum_{j=1}^{2N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{h} \left\{ (f_{j+1i+1} - f_{ji+1} - f_{j+1i} + f_{ji}) \times \right. \\ & \times (\varphi_j + \varphi_{j+1}) / 2 (\sin \vartheta_{i+1} - \vartheta_{i+1} \cos \vartheta_{i+1} - \sin \vartheta_i + \vartheta_i \cos \vartheta_i) + \\ & + (f_{ji+1} \varphi_{j+1} - f_{j+1i+1} \varphi_j - f_{ji} \varphi_{j+1} + f_{j+1i} \varphi_j) (\sin \vartheta_{i+1} - \vartheta_{i+1} \cos \vartheta_{i+1} - \\ & - \sin \vartheta_i + \vartheta_i \cos \vartheta_i) + (f_{j+1i} \vartheta_{i+1} - f_{ji} \vartheta_{i+1} - f_{j+1i+1} \vartheta_i + f_{ji+1} \vartheta_i) \times \\ & \times (\varphi_j + \varphi_{j+1}) / 2 (\cos \vartheta_i - \cos \vartheta_{i+1}) + (f_{ji} \varphi_{j+1} \vartheta_{i+1} - f_{j+1i} \varphi_j \vartheta_{i+1} - \\ & \left. - f_{ji+1} \vartheta_i + f_{j+1i+1} \vartheta_i) (\cos \vartheta_i - \cos \vartheta_{i+1}) \right\}. \quad (4) \end{aligned}$$

На рис. 3 представлены линии уровня функции $\log_{10} f(\varphi, \theta)$ для излучения в поле циркулярной поляризации. Предложенный метод позволяет дроблением сетки «прописать» максимум $f(\varphi, \theta)$ и корректно определить мощность излучения. В пакете «математика», где все основано на интерполяционных функциях, такое «дробление» затруднено.

Заключение

В работе предложен новый численный метод интегрирования по двум углам диаграммы направленности излучения движущегося электрона. Метод включает представление исходного интеграла в виде суммы интегралов по элементарным угловым секторам, линейной аппроксимации функции направленности по угловым точкам элементарного углового сектора, интегрирования линейной аппроксимации в аналитическом виде, получения для мощности излучения конечно-разностной формулы.

Представленный численный метод позволил впервые провести вычисление мощности излучения релятивистских электронов при их движении вдоль криволинейных траекторий в фокусе фемтосекундного лазерного импульса циркулярной и линейной поляризации. Предварительно изучены особенности такого излучения для лазерных импульсов линейной поляризации [11].

На рис. 4 показана зависимость от времени мощности излучения электрона, который движется по траектории, представленной на рис. 2. На рис. 5 показана зависимость от времени мощности излучения электрона, который движется по траектории, представленной на рис. 1. Расчет проводился для лазерного импульса в несколько периодов колебаний длительностью 3.5 фс, с поперечным радиусом в фокусе 4.25 длины волны, пиковой интенсивностью 5 релятивистских значений, что составляет для длины волны 1 мкм 10^{19} Вт/см².

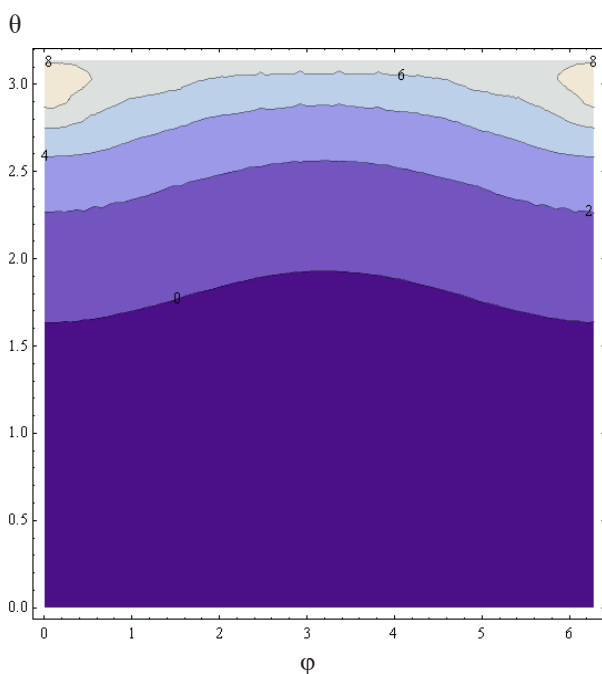


Рис. 3. линии уровня функции $\log_{10} f(\varphi, \theta)$ для излучения в поле циркулярной поляризации

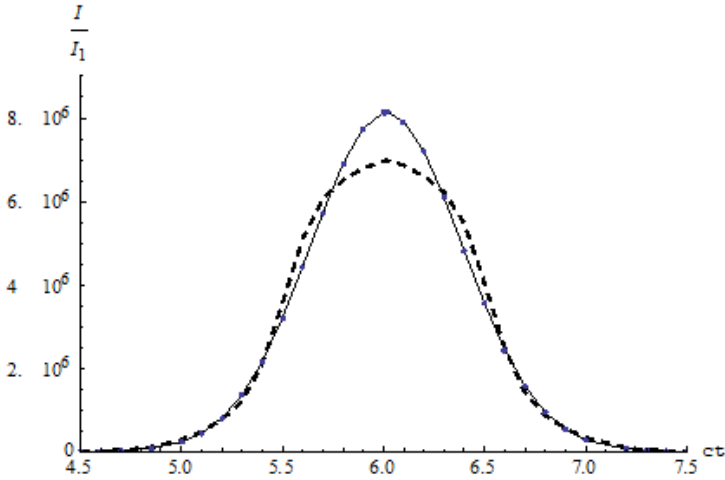


Рис. 4. Мощность излучения как функция времени для электрона, движущегося по спиралевидной траектории в фокусе фемтосекундного лазерного импульса циркулярной поляризации. Выбор сетки: расчет с помощью пакета вольфрамовской математики $N = 30$, построение интерполяционной функции на сетке 31×61 (пунктир), расчет на фортране с $N = 120$ (сплошная кривая)

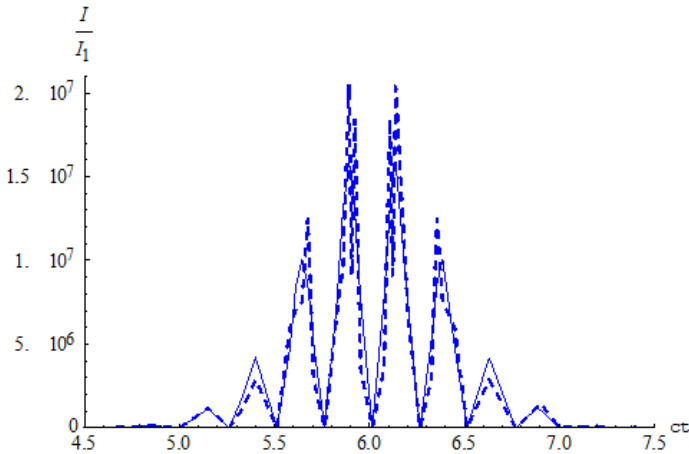


Рис. 5. Мощность излучения как функция времени для электрона, движущегося по отрезкам квазипрямых траекторий в фокусе фемтосекундного лазерного импульса линейной поляризации. Выбор сетки: расчет с помощью пакета вольфрамовской математики $N = 30$, построение интерполяционной функции на сетке 31×61 (пунктир), расчет на фортране с $N = 120$ (сплошная кривая)

Целью данной статьи является изложение численного метода, поэтому описание физических особенностей излучения электрона здесь опустим.

Список использованной литературы

1. История развития лазера и особенности его применения / И.В. Минаев, А.Н. Сергеев, А.Н. Кубанова [и др.]. — DOI 10.22405/2226-8383-2019-20-4-387-402. — EDN AWQSUN // Чебышевский сборник. — 2019. — Т. 20, № 4. — С. 423–438.
2. Borovski A.V. Two-dimensional angular energy spectrum of electrons accelerated by the ultra-short relativistic laser pulse / A.V. Borovski, A.L. Galkin, M.P. Kalashnikov. — DOI 10.1063/1.4917232. — EDN UFSBSR // Physics of Plasmas. — 2015. — Vol. 22, no. 4. — 043107.
3. Боровский А.В. Лазерная физика / А.В. Боровский, А.Л. Галкин. — Москва : ИздАТ, 1996. — 496 с.
4. Quesnel B. Theory and simulation of the interaction of ultraintense laser pulses with electrons in vacuum / B. Quesnel, P. Mora // Physical Review. — 1998. — Vol. 58, no. 3. — P. 3719.
5. Salamin Y.I. Electron scattering and acceleration by a tightly focused laser beam / Y.I. Salamin, G.R. Mocken, C.H. Keitel // Physical Review Special - Accelerators and Beams. — 2002. — Vol. 5, no. 10. — P. 9–22.
6. Maltsev A. Above Threshold Ionization in Tightly Focused, Strongly Relativistic Laser Fields / A. Maltsev, T. Ditmire // Physical Review Letters. — 2003. — Vol. 90, no. 5. — P. 053002.
7. Suppression of electron scattering by the longitudinal components of tightly focused laser fields / S. Masuda, M. Kando, H. Kotaki, K. Nakajima. — DOI 10.1063/1.1815000 // Physics of Plasmas. — 2005. — Vol. 12, iss. 1. — P. 013102.
8. Hu S.X. Laser acceleration of electrons to giga-electron-volt energies using highly charged ions / S.X. Hu, A.F. Starace // Physical Review E. — 2006. — Vol. 73, no. 6. — P. 066502. — DOI 10.1103/PhysRevE.73.066502.
9. Electron vacuum acceleration by a tightly focused laser pulse / K.I. Popov, V.Yu. Bychenkov, W. Rozmus, R.D. Sydora. — DOI 10.1063/1.2830651. — EDN LKWMLX // Physics of Plasmas. — 2008. — Vol. 15, no. 1. — P. 013108.
10. Ландау Л.Д. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — Москва : Наука. 1973. — Т. 2. — 504 с.
11. Borovski A.V. Counterpropagating Radiation Emitted by an Electron in the Field of a Gaussian Laser Pulse / A.V. Borovski, A.L. Galkin. — DOI 10.1088/1612-202X/acb7f3 // Laser Review Letters. — 2023. — Vol. 20. — P. 036002.

References

1. Minaev I.V., Sergeev A.N., Kubanova A.N., Dobrovolskii N.M., Gvozdev A.E., Kutepov S.N., Maliy D.V. History of Laser Development and Features of its Application. *Chebyshevskii Sbornik*, 2019, vol. 20, no. 4, pp. 423–438. (In Russian). EDN: AWQSUN. DOI: 10.22405/2226-8383-2019-20-4-387-402.
2. Borovski A.V., Galkin A.L., Kalashnikov M.P. Two-dimensional Angular Energy Spectrum of Electrons Accelerated by the Ultra-short Relativistic Laser Pulse. *Physics of Plasmas*, 2015, vol. 22, no. 4, pp. 043107. EDN: UFSBSR. DOI: 10.1063/1.4917232.
3. Borovski A.V., Galkin A.L. *Laser Physics*. Moscow, Izdat Publ., 1996. 496 p.
4. Quesnel B., Mora P. Theory and Simulation of the Interaction of Ultraintense Laser Pulses with Electrons in Vacuum. *Physical Review*, 1998, vol. 58, no. 3, pp. 3719.
5. Salamin Y.I., Mocken G.R., Keitel C.H. Electron Scattering and Acceleration by a Tightly Focused Laser Beam. *Physical Review Special - Accelerators and Beams*, 2002, vol. 5, no. 10, pp. 9–22.
6. Maltsev A., Ditmire T. Above Threshold Ionization in Tightly Focused, Strongly Relativistic Laser Fields. *Physical Review Letters*, 2003, vol. 90, no. 5, pp. 053002.
7. Masuda S., Kando M., Kotaki H., Nakajima K. Suppression of Electron Scattering by the Longitudinal Components of Tightly Focused Laser Fields. *Physics of Plasmas*, 2005, vol. 12, iss. 1, pp. 013102. DOI: 10.1063/1.1815000.

8. Hu S.X., Starace A.F. Laser Acceleration of Electrons to Giga-Electron-Volt Energies Using Highly Charged Ions. *Physical Review E*, 2006, vol. 73, no. 6, pp. 066502. DOI : 10.1103/PhysRevE.73.066502.

9. Popov K.I., Bychenkov V.Yu., Rozmus W., Sydora R.D. Electron Vacuum Acceleration by a Tightly Focused Laser Pulse. *Physics of Plasmas*, 2008, vol. 15, no. 1, pp. 013108. EDN: LKWMLX. DOI: 10.1063/1.2830651.

10. Landau L.D., Lifshits E.M. *Field Theory*. Moscow, Nauka Publ., 1973. Vol. 2. 504 p.

11. Borovskiy A.V., Galkin A.L. Counterpropagating Radiation Emitted by an Electron in the Field of a Gaussian Laser Pulse. *Laser Review Letters*, 2023, vol. 20, pp. 036002. DOI: 10.1088/1612-202X/acb7f3.

Информация об авторах

Боровский Андрей Викторович — доктор физико-математических наук, профессор кафедры математических методов и цифровых технологий, Байкальский государственный университет, г. Иркутск, Российская Федерация, e-mail: andrei-borovskii@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2119-1072>, SPIN-код: 7243-8706, AuthorID РИНЦ: 22229.

Галкин Андрей Леонидович — доктор физико-математических наук, научный сотрудник, Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук, г. Москва, Российская Федерация, e-mail: galkin@kapella.gpi.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1132-9202>.

Information about the Authors

Andrey V. Borovsky — D.Sc. in Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Mathematical Methods and Digital Technologies, Baikal State University, Irkutsk, Russian Federation, e-mail: andrei-borovskii@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2119-1072>, SPIN-Code: 7243-8706, AuthorID RCSI: 22229.

Andrey L. Galkin — D.Sc. in Physical and Mathematical Sciences, Scientific Researcher, Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation, e-mail: galkin@kapella.gpi.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1132-9202>.

Вклад авторов

Все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Contribution of the Authors

The authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Для цитирования

Боровский А.В. Метод численного определения мощности излучения электрона в фокусе ультракороткого лазерного импульса / А.В. Боровский, А.Л. Галкин. — DOI 10.17150/2713-1734.2024.6(2).159-167. — EDN UTVWBM // System Analysis & Mathematical Modeling. — 2024. — Т. 6, № 2. — С. 159–167.

For Citation

Borovsky A.V., Galkin A.L. Method of Numerical Determination of the Electron Radiation Power in the Focus of an Ultrashort Laser Pulse. *System Analysis & Mathematical Modeling*, 2024, vol. 6, no. 2, pp. 159–167. (In Russian). EDN: UTVWBM. DOI: 10.17150/2713-1734.2024.6(2).159-167.