

Научная статья
УДК 004.94:633/.635
EDN UVBYTB
DOI 10.17150/2713-1734.2024.6(1).47-59



Я.М. Иваньо

*Иркутский государственный аграрный университет
имени А.А. Ежевского,
п. Молодежный, Иркутский район, Российская Федерация*

М.Н. Полковская

*Иркутский государственный аграрный университет
имени А.А. Ежевского,
п. Молодежный, Иркутский район, Российская Федерация*

М.Н. Синицын

*Иркутский государственный аграрный университет
имени А.А. Ежевского,
п. Молодежный, Иркутский район, Российская Федерация*

Многоэтапные модели математического программирования и их приложения в сельском хозяйстве

Аннотация. В статье приведены многоэтапные модели параметрического программирования, характеристики которых зависят от времени и сезонности. В первой модели учитывалось влияние на урожайность сельскохозяйственных культур предшественников. Во второй модели, связанной с распределением реализации продукции по сезонам, на первом этапе осуществлялся точечный и интервальный прогноз параметров задачи, на втором этапе определялись оптимальные коэффициенты, характеризующие объем реализации растениеводческой продукции в зависимости от сезона. Затем, на основании полученных прогнозов и оптимальных коэффициентов, решалась задача параметрического программирования. Описанные задачи реализованы на реальных объектах Иркутской области. Для прогнозирования урожайности сельскохозяйственных культур использованы логистическая и асимптотическая зависимости, а цен — тренд-сезонная модель. Следует отметить, что некоторые характеристики модели могут быть уточнены с помощью экспертных оценок, что может улучшить планирование деятельности сельскохозяйственных товаропроизводителей.

Ключевые слова. Многоэтапные модели, параметрическое программирование, аграрное производство.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 24-21-00502.

Информация о статье. Дата поступления: 8 декабря 2023 г.; дата принятия к публикации: 12 марта 2024 г.; дата онлайн-размещения: 30 марта 2024 г.

Ya.M. Ivanyo*Irkutsk State Agricultural University
named after A.A. Ezhevsky,**Molodezhny, Irkutsk District, Russian Federation***M.N. Polkovskaya***Irkutsk State Agricultural University
named after A.A. Ezhevsky,**Molodezhny, Irkutsk District, Russian Federation***M.N. Sinitsyn***Irkutsk State Agricultural University
named after A.A. Ezhevsky,**Molodezhny, Irkutsk District, Russian Federation*

Multi-Stage Mathematical Programming Models and Their Applications in Agriculture

Abstract. The article presents multi-stage parametric programming models, the characteristics of which depend on time and seasonality. The first model took into account the impact on the yield of agricultural crops of predecessors. In the second model, related to the distribution of sales of products by seasons, at the first stage, a point and interval forecast of the task parameters is carried out, at the second stage, optimal coefficients are determined that characterize the volume of sales of crop products depending on the season. Then, based on the obtained forecasts and optimal coefficients, the parametric programming problem is solved. The described tasks are implemented on real objects of the Irkutsk region. Logistic and asymptotic dependences are used to predict crop yields, and the price trend is a seasonal model. It should be noted that the presented models can be refined with the help of expert assessments, which will improve the adequacy of planning the activities of agricultural producers.

Keywords. Multi-stage models, parametric programming, agricultural production.

Funding. This research was financially supported by the Russian Science Foundation the project № 24-21-00502.

Article info. Received 8 December, 2023; Accepted 12 March, 2024; Available online 30 March, 2024.

Введение

Моделирование разных аспектов аграрного производства имеет большое значение для получения прогнозов и планов в условиях сильного влияния внешних факторов на деятельность сельскохозяйственных товаропроизводителей. Поскольку производство планируемых урожаев связано с проведением многих операций, математические модели должны учитывать многоэтапность.

В ряде статей и монографий приведены подобные модели оптимизации производства сельскохозяйственной продукции: модель, учитывающая севообороты [1–3]; модель планирования с оптимизацией цен при продаже продукции [4; 5]; модель параметрического программирования с учетом ежегодной корректировки плановых показателей [6]; модель с экспертными оценками [6] и модель с учетом рисков [7].

Целью работы является описание разработанных многоэтапных моделей параметрического программирования и их применение для оптимизации производства аграрной продукции.

Для достижения цели решались следующие задачи:

анализ моделей параметрического программирования, используемых для планирования производства сельскохозяйственной продукции;

– создание многоэтапных моделей параметрического программирования для разных условий деятельности сельскохозяйственного товаропроизводителя;

– апробация предложенных моделей на реальных объектах Иркутской области.

Особенностями двух предложенных моделей являются: 1) различные предшественники и устойчивая динамика производственно-экономических характеристик, в частности, урожайности; 2) сезонная изменчивость цен. Актуальность темы вызвана необходимостью повышения эффективности управления деятельностью сельскохозяйственных товаропроизводителей в условиях динамико-стохастической изменчивости факторов, влияющих на производственные процессы.

Многоэтапная модель оптимизации производства аграрной продукции, учитывающая влияние на урожайность предшественников и наличие трендов

В работе [8] рассмотрены детерминированная модель и модели с неопределенными характеристиками для оптимизации производства аграрной продукции с учетом предшественников, влияющих на урожай сельскохозяйственных культур. Поскольку урожайность сельскохозяйственных культур может быть описана значимыми трендами и факторными зависимостями, предлагается многоэтапная модель оптимизации производства аграрной продукции на основе задачи параметрического программирования [9] с учетом предшественников.

На *первом этапе* определяются возможные варианты предшественников и их влияние на урожайность. Для этого используются экспертные оценки или справочная литература.

На *втором этапе* осуществляется прогнозирование показателей, входящих в модель. Таковыми могут являться урожайность, трудовые ресурсы, материальные затраты и пр.

На *третьем этапе* определяются оптимальные планы посевов. В сформулированной модели оптимизации аграрного производства в качестве параметра использовано время t . Целевая функция такой модели направлена на максимизацию прибыли

$$\sum_{i \in I} \sum_{s \in S} d_{is}^h y(t)_{is}^h x_{is}^h - \sum_{i \in I} \sum_{s \in S} c_{is}^h x_{is}^h \rightarrow \max (h \in H), \quad (1)$$

при условиях:

– ограниченности производственных ресурсов

$$\sum_{s \in S} v(t)_{lis}^h x_{is}^h \leq V_{li} \quad (l \in L, i \in I); \quad (2)$$

– ограниченности размера растениеводческой отрасли

$$\underline{n} \leq \sum_{i \in I} \sum_{s \in S} (1 + \eta_s^h) x_{is} \leq \bar{n}; \quad (3)$$

– производства конечной продукции не менее заданного объема

$$\sum_{i \in I} y(t)_{is}^h x_{is}^h \geq Y_s \quad (s \in S); \quad (4)$$

– ограниченности вносимых удобрений и средств защиты растений

$$\sum_{s \in S} w_{mis}^h x_{is}^h \leq W_{mi} \quad (m \in M, i \in I); \quad (5)$$

– неотрицательности переменных

$$x_{is}^h \geq 0 \quad (i \in I, s \in S). \quad (6)$$

Здесь d_{is}^h — цена реализации s -культуры i -поля (р./ц); $y(t)_{is}^h$ — выход продукции с единицы площади s -культуры i -поля (ц/га), зависящий от параметра t ; x_{is}^h — искомая площадь возделывания s -культуры на i -поле (га); c_{is}^h — затраты на 1 га i -поля s -культуры (р./га); $v(t)_{lis}^h$ — расход l -ресурса на единицу площади s -культуры i -поля (тыс. чел.-ч/га, тыс. руб./га), связанный с параметром t ; V_{li} — наличие ресурса l -вида для i -поля; Y_s — гарантированный (минимальный) объем производства продукции s -культуры (ц); \bar{n} , \underline{n} — максимально и минимально возможная площадь возделывания культур (га); η_s^h — коэффициент, учитывающий площадь посевов семян s -культуры; w_{mis}^h — расход m -удобрения (средства защиты растений) на единицу площади i -поля s -культуры (ц/га); W_{mi} — наличие удобрения m -вида i -поля (ц), h — вариант сочетания предшественников, полученный экспертным путем.

Модель (1)–(6) реализована для Нижнеудинского района применительно к растениеводству. При этом оптимизирована прибыль от производства растениеводческой продукции: зерновые, картофель и овощи. На первом этапе определено влияние различных предшественников на каждую культуру, выращиваемую в районе. Предшественниками зерновых были многолетние травы и кукуруза, картофеля — зерновые и однолетние травы, овощей — кукуруза и многолетние травы. Рассмотрены три варианта сочетания предшественников. Результатом каждого варианта является мак-

симальное значение целевой функции $f_t^{\max}(x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_s^*)$ — оптимальные планы в виде объемов продукции в зависимости от параметра t , характеризующего время.

Для описания тренда урожайности пшеницы, картофеля и капусты использована логистическая функция:

$$y_{is}^h(t) = \frac{y_{is_{\max}}^h}{1 + e^{-at}}, \quad (7)$$

где $y_{is_{\max}}^h$ — уровень насыщения, a — скорость роста.

Для урожайности ячменя, овса, картофеля и моркови адекватными оказались тренды в виде асимптотической функции:

$$y_{is}^h(t) = y_{is_{\max}}^h - [y_{is_{\max}}^h - y_{is_{\min}}^h]e^{-at}, \quad (8)$$

где $y_{is_{\max}}^h$ — значение функции в начальный момент времени.

При решении задачи (1)–(8) принято допущение $i = 1$, каждой культуре s соответствует одно поле i . В табл. 1 приведены варианты решения многоэтапной задачи параметрического программирования на основе прогностических значений трендов (7) и (8) по данным Нижнеудинского района. Исходя из полученных результатов, на втором этапе выбирается наилучший вариант из множества, которым является первый из трех. В этом случае планируемые значения целевой функции более чем на 2–4 % превышают результаты второго и третьего вариантов.

Таблица 1

Варианты решения многоэтапной задачи параметрического программирования на основе прогностических значений трендов по данным Нижнеудинского района за 1996–2021 гг.

Год	Пшеница, x_1 [т]	Ячмень, x_2 [т]	Овес, x_3 [т]	Картофель, x_4 [т]	Капуста, x_5 [т]	Морковь, x_6 [т]	Целевая функция, млн р.	Расхождение между прибылью, %
<i>Вариант 1</i>								
2022	25725,5	3672,6	3070,2	16759,8	767,4	389,0	87,906	4,21
2023	26302,3	3917,9	3170,1	16949,5	867,4	453,7	89,531	4,20
2024	26871,0	4164,2	3269,1	17131,7	967,6	518,8	91,140	4,19
2025	27431,7	4411,3	3342,2	17306,7	1067,9	1007,5	92,776	4,22
<i>Вариант 2</i>								
2022	24517,4	3505,1	2919,3	15960,2	730,8	370,7	86,058	2,15
2023	25067,1	3738,9	3014,2	16140,9	826,1	432,3	87,653	2,14
2024	25609,1	3973,7	3108,2	16314,3	921,5	494,3	89,233	2,14
2025	26143,5	4209,2	3201,4	16480,9	1017,0	556,4	90,798	2,18
<i>Вариант 3</i>								
2022	23310,0	3336,8	2768,4	15158,4	694,4	352,3	84,205	2,20

Год	Пшеница, x_1 [т]	Ячмень, x_2 [т]	Овес, x_3 [т]	Картофель, x_4 [т]	Капуста, x_5 [т]	Морковь, x_6 [т]	Целевая функция, млн р.	Расхождение между прибылью, %
2023	23832,6	3559,2	2858,3	15330,0	785,0	410,9	85,771	2,19
2024	24347,9	3782,4	2947,4	15494,8	875,6	469,7	87,322	2,19
2025	24856,0	4006,3	3035,6	15653,1	966,3	528,8	88,859	2,18

Приведенная модель может быть дополнена большим числом возможных вариантов за счет использования многоуровневого моделирования [10]. Это позволит оценить благоприятные и неблагоприятные ситуации, расширяя возможности принятия управленческих решений.

Многоэтапная модель оптимизации производства и реализации аграрной продукции, учитывающая динамику цен

Модель оптимизации аграрного производства, в которой можно учитывать динамику цен на сельскохозяйственную продукцию, представляет особый интерес, поскольку с помощью нее сельхозтоваропроизводитель получает план реализации полученной продукции, позволяющий получить наибольшую прибыль. В работе [11] приведены модели выявления тренда и сезонных колебаний, а также прогнозирования цен на сельскохозяйственную продукцию. Правильная ценовая политика позволяет увеличить доходы от производства сельскохозяйственной продукции благодаря оптимизации цен.

На первом этапе для прогнозирования цен применена аддитивная тренд-сезонная модель [там же], в которой временной ряд c_t включает в себя тренд y_t , сезонные колебания s_t и остаточный член ε_t в определенный период времени t :

$$c_t = y_t + s_t + \varepsilon_t. \quad (9)$$

Тренд выражается в форме полинома от времени, а функция s_t представляет собой сумму строго периодических функций с весами t^i . Оценка параметров модели осуществляется с помощью метода наименьших квадратов.

Затем определяются оптимальные коэффициенты, отражающие объем реализации продукции, произведенной сельскохозяйственным предприятием. В линейной модели критерий оптимальности представляет собой максимальную цену реализации продукции

$$\sum_{j \in J} \sum_{b \in B} k_{jb} \tilde{c}_{jb} \rightarrow \max, \quad (10)$$

где k_{jb} — искомый коэффициент, характеризующий долю реализации вида продукции i в период j , \tilde{c}_b — значения интервального прогноза цены реализации продукции вида b , соответствующие оценкам интервала $[\tilde{c}_b; \tilde{c}_b]$.

Ограничения по искомым коэффициентам k_{jb} выглядят следующим образом:

$$g_{jb} \leq k_{jb} \leq h_{jb}; \quad (11)$$

$$\sum_{j \in J} k_{jb} = 1, \quad (12)$$

где g_{jb} и h_{jb} — задаваемые доли продаж в виде нижних и верхних оценок продукции b в период j .

Для оптимизации коэффициентов могут использоваться, как средние цены на продукцию, так и спрогнозированные. При этом для эффективного численного решения задачи (10)–(12) можно использовать метод статистических испытаний.

На *втором этапе* построена модель оптимизации реализации продукции с учетом сезонности цен и оптимальных коэффициентов распределения объемов продаж. В качестве критерия оптимальности использована прибыль от реализации продукции:

$$\sum_{j \in J} \sum_{b \in B} k_{jb} \tilde{w}_b x_{jb} - \sum_{j \in J} \sum_{b \in B} \lambda_b x_{jb} \rightarrow \max, \quad (13)$$

где \tilde{w}_b — выручка от реализации продукции вида b , изменяющаяся в пределах $[\tilde{w}_b; \tilde{w}_b]$, x_{jb} — искомая переменная — объем реализации вида продукции b в период j , λ_b — затраты на производство продукции вида b .

Сформулированы следующие ограничения:

– по производственным ресурсам:

$$\sum_{j \in J} \sum_{b \in B} v_{lb} x_{jb} \leq V_l \quad (l \in L), \quad (14)$$

где v_{lb} — расход ресурса l на единицу продукции вида b , V_l — объем ресурса l ;

– по размеру растениеводческой отрасли:

$$\underline{n} \leq \sum_{b \in B} (1 + \eta_b) \frac{\sum_{j \in J} x_{jb}}{y_b} \leq \bar{n}, \quad (15)$$

где η_b — коэффициент, отражающий площадь, выделенную под посев семян вида b ; y_b — урожайность культуры b ;

– по максимальному значению себестоимости продукции относительно выручки от реализации:

$$\sum_{j \in J} \sum_{b \in B} \delta_b x_{jb} \leq w, \quad (16)$$

где δ_b — себестоимость единицы продукции b , w — выручка;
– по ресурсам на хранение продукции

$$\sum_{b \in B} k_{jb} a_{jb} x_{jb} \leq W_j, \quad (17)$$

где a_{jb} расход ресурса на единицу товарной продукции b в период j , W_j — объем ресурса в период j ;
– по получению гарантированной выручки

$$\sum_{j \in J} \sum_{b \in B} k_{jb} c_{jb} x_{jb} \leq B, \quad (18)$$

где B — средняя выручка предприятия за определенный период, c_{jb} — точечный прогноз цены реализации продукции b в период j ;
– по неотрицательности переменных:

$$x_{jb} \geq 0. \quad (19)$$

На *третьем этапе* осуществляется прогноз различных показателей аграрного производства, например, трудовых и материальных ресурсов, оплаты труда, урожайности и прочих, поскольку они имеют различные тенденции. В частности, для прогнозирования урожайности сельскохозяйственных культур в работе [10] использованы логистическая и асимптотическая функции (7), (8).

Предложенная задача оптимизации производства и реализации продукции с учетом изменчивости цен реализована для ЗАО «Иркутские Семена». При решении задачи сначала определялись коэффициенты распределения объемов продаж на основе задачи линейного программирования (10)–(12). Затем была построена численная модель оптимизации производства и реализации аграрной продукции согласно задаче параметрического программирования (13)–(19). Для прогнозирования урожайности сельскохозяйственных культур использована логистическая модель. Модели для прогноза цен на сельскохозяйственную продукцию рассчитаны с помощью программы «Оракул» на основании статистических квартальных данных.

Затем рассчитаны значения точечного и интервального прогнозов на 2023, 2025 гг. Для расчета доверительного интервала $\Delta \tilde{c}_{jb}$ использована формула [12]

$$\Delta \tilde{c}_{jb} = t_{\alpha} \sigma_{c_{jb}} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{3(n + 2k - 1)^2}{n(n^2 - 1)}}, \quad (20)$$

где t_α — значение критерия Стьюдента для уровня значимости α и числа степеней свободы $n-2$; n — длина ряда; k — период заблаговременности; σ_{cjb} — средняя квадратическая погрешность уравнения регрессии.

После получения результатов точечного и интервального прогноза цен на сельскохозяйственную продукцию построена модель оптимизации производства и реализации продукции с учетом (табл. 2). При этом использованы оптимальные коэффициенты распределения объемов реализации продукции по кварталам. Модель (13)–(19) решены в трех вариантах, для точечного прогноза и верхнего и нижнего значения интервала.

Таблица 2

Результаты решения задачи параметрического программирования для ЗАО «Иркутские Семена» при оптимальных продажах продукции с учетом точечного и интервального прогноза цен на 2023, 2025 гг.

Вариант	Квар- тал	Объемы реализации продукции, т						Критерий опти- мальности. тыс. р.
		Пшени- ца	Яч- мень	Овес	Карто- фель	Капу- ста	Мор- ковь	
2023								
Точеч- ный прогноз	I	816,5	120,5	97,9	1099,4	162,5	31,5	104 521,53
	II	2268,0	463,5	222,4	2398,6	624,9	157,5	
	III	680,4	139,0	57,8	4997,1	275,0	78,7	
	IV	771,1	203,9	66,7	1499,1	187,5	47,2	
2025								
Точеч- ный прогноз	I	829,8	121,9	99,4	1103,8	167,0	32,9	111 197,82
	II	2304,9	468,8	225,8	2408,3	642,2	164,6	
	III	691,5	140,6	58,7	5017,2	282,6	82,3	
	IV	783,7	206,3	67,7	1505,2	192,6	49,4	

Поскольку имеет место ежегодный рост цен, прибыль, полученная по точечному прогнозу, увеличится за 2 года на 6,4 %. При этом урожайность сельскохозяйственных культур согласно прогнозу также имеет положительную тенденцию, поэтому объемы произведенной и, соответственно, реализованной продукции увеличиваются.

Помимо приведенных расчетов построены модели для верхних и нижних значений интервального прогноза цен. Согласно полученным планам объемы реализации продукции не меняются, вместе с тем при высоких ценах прибыль увеличится на 6,1% в 2023 г. и на 5,7 % — в 2025 г., а при низких — уменьшится на 6,2 и 5,8 % соответственно.

При использовании предложенной модели особо следует выделить оценку возможных рисков при производстве аграрной продукции. Модель позволяет учитывать различные степени ри-

сков для готовности сельскохозяйственных товаропроизводителей осуществлять мероприятия по уменьшению потерь.

Выводы

В работе проанализированы многоэтапные модели параметрического программирования, используемые для оптимизации производства растениеводческой продукции.

В первой модели использовались тренды урожайности сельскохозяйственных культур, а во второй — дополнительно учитывалась сезонная изменчивость цен на аграрную продукцию.

При этом для прогнозирования урожайности сельскохозяйственных культур применялись асимптотическая и логистическая функции, а для оценки изменчивости цен — тренд-сезонная зависимость.

Первая модель реализована для Нижнеудинского района для трех вариантов предшественников. Результаты, полученные для первого варианта предшественника, превышают значения критерия оптимальности для второго и третьего вариантов более чем на 2–4 %.

При решении второй модели использованы результаты точечного и интервального прогнозов цен. При высоких ценах, соответствующих верхней границе интервала, прибыль предприятия за 2 года увеличится примерно на 6 %.

Между тем предложенные модели описывают инерционный путь развития растениеводства в районах. Поэтому возможно использование экспертных оценок для построения более интенсивных тенденций улучшения деятельности сельскохозяйственных товаропроизводителей в зависимости от внедрения новых технологий и повышения производительности труда.

Список использованной литературы

1. Иваньо Я.М. Планирование аграрного производства с учетом своевременности посевов и предшественников сельскохозяйственных культур // Я.М. Иваньо, М.Н. Полковская, М.Н. Сеницын. — EDN IKRNDK // Климат, экология, сельское хозяйство Евразии : материалы XI Междунар. науч.-практ. конф., Иркутск, 28–29 апр. 2022 г. — Молодежный, 2022. — С. 159–166.
2. Brankatschk G. Modeling crop rotation in agricultural LCAs challenges and potential solutions / G. Brankatschk, M. Finkbeiner // *Agricultural Systems*. — 2015. — Vol. 138. — P. 66–76.
3. Multi-stage farm management optimization under environmental and crop rotation constraints / F. Capitanescu, A. Marvuglia, G. Navarrete, E. Benetto. — DOI 10.1016/j.jclepro.2017.01.076 // *Journal of Cleaner Production*. — 2017. — Vol. 147. — P. 197–205.
4. Математические и цифровые технологии оптимизации производства продовольственной продукции / Я.М. Иваньо, П.Г. Асалханов, М.Н. Барсукова [и др.] ; под ред. Я.М. Иваньо. — Молодежный : Изд-во Иркут. ГАУ им. А.А. Ежевского, 2021. — 220 с. — EDN OOVACG.
5. The impacts of crop yield and price volatility on producers cropping patterns: A dynamic optimal crop rotation model / R. Cai, J.D. Mullen, M.E. Wetzstein, J.C. Bergstrom // *Agricultural Systems*. — 2013. — Vol. 116. — P. 52–59.

6. Иваньо Я.М. Многоэтапная параметрическая модель оптимизации производства аграрной продукции / Я.М. Иваньо, М.Н. Синицын. — EDN WRECWD // Актуальные вопросы инженерно-технического и технологического обеспечения АПК : материалы X нац. науч.-практ. конф. с междунар. участием, Молодежный, 6–8 окт. 2022 г. — Молодёжный, 2022. — С. 266–274.
7. Using seasonal stochastic dynamic programming to identify optimal management decisions that achieve maximum economic sustainable yields from grasslands under climate risk / K. Behrendt, O. Cacho, J.M. Scott, R. Jones // *Agricultural Systems*. — 2016. — Vol. 145. — P. 13–23.
8. Иваньо Я.М. Оптимизация структуры посевов с учетом изменчивости климатических параметров и биопродуктивности культур / Я.М. Иваньо, М.Н. Полковская. — Молодёжный : Изд-во Иркут. ГАУ им. А.А. Ежевского, 2016. — 150 с. — EDN IDFFRR.
9. Умнов Е.А. Параметрический анализ в задачах математического программирования / Е.А. Умнов, А.Е. Умнов. — EDN SQTRPT // Труды Московского физико-технического института (национального исследовательского университета). — 2014. — Т. 6, № 3 (23). — С. 73–83.
10. Иваньо Я.М. Трендовые модели в прогнозировании и оценке потерь урожайности сельскохозяйственных культур / Я.М. Иваньо, В.В. Цыренжапова. — EDN HJXL TJ // Актуальные вопросы аграрной науки. — 2023. — № 46. — С. 53–62.
11. Зоркальцев В.И. Моделирование сезонных колебаний цен на сельскохозяйственную продукцию / В.И. Зоркальцев, М.Н. Полковская, Н.И. Федурин. — EDN YCKBID // Актуальные вопросы аграрной науки. — 2018. — № 28. — С. 48–56.
12. Экономико-математические методы и прикладные модели / В.В. Федосеев, А.Н. Гармаш, И.В. Орлова, В.А. Половников — Москва : ЮНИТИ, 1999. — 392 с. — EDN SCWJGR.

References

1. Ivanyo Ya.M., Polkovskaya M.N., Sinitsyn M.N. Planning Agricultural Production Taking into Account the Timeliness of Sowings and Predecessors of Agricultural Crops. *Climate, Ecology, Agriculture of Euroasia. Materials of the 11th International Scientific and Practical Conference, Irkutsk, April 28–29, 2022*. Molodezhny, 2022, pp. 159–166. (In Russian). EDN: IKRNDC.
2. Brankatschk G., Finkbeiner M. Modeling Crop Rotation in Agricultural LCAs Challenges and Potential Solutions. *Agricultural Systems*, 2015, vol. 138, pp. 66–76.
3. Capitanescu F., Marvuglia A., Navarrete G., Benetto E. Multi-stage Farm Management Optimization under Environmental and Crop Rotation Constraints. *Journal of Cleaner Production*, 2017, vol. 147, pp. 197–205. DOI 10.1016/j.jclepro.2017.01.076
4. Ivano Ya.M., Asalkhanov P.G., Barsukova M.N. [et al.]; Ivano Ya.M. (ed.). Mathematical and Digital Technologies for Optimizing Food Production. Molodezhny, Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Yezhevsky Publ., 2021. 220 p. EDN: OOVACG.
5. Cai R., Mullen J.D., Wetzstein M.E., Bergstrom J.C. The Impacts of Crop Yield and Price Volatility on Producers Cropping Patterns: A Dynamic Optimal Crop Rotation Model. *Agricultural Systems*, 2013, vol. 116, pp. 52–59.
6. Ivanyo Ya.M., Sinitsyn M.N. Multi-stage Parametric Model of Optimization of Agricultural Production. Topical Issues of Engineering and Technological Support of the Agro-industrial Complex. Materials of the X National Scientific and Practical Conference with the International Participation, Molodezhny, October 6–8, 2022. Molodezhny, 2022, pp. 266–274. (In Russian). EDN: WRECWD.

7. Behrendt K., Cacho O., Scott J.M., Jones R. Using Seasonal Stochastic Dynamic Programming to Identify Optimal Management Decisions that Achieve Maximum Economic Sustainable Yields from Grasslands under Climate Risk. *Agricultural Systems*, 2016, vol. 145, pp. 13–23.

8. Ivano Ya.M., Polkovskaya M.N. *Optimization of crop structure taking into account variability of climatic parameters and bioproductivity of crops*. Molodezhny, Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Yezhevsky Publ., 2016. 150 p. EDN: IDFFRR.

9. Umnov E.A., Umnov A.E. Parametric analysis in mathematical programming problems. *Trudy Moskovskogo fiziko-tehnicheskogo instituta (national'nogo issledovatel'skogo universiteta) = Proceedings of Moscow Institute of Physics and Technology*, 2014, vol. 6, no. 3, pp. 73–83. (In Russian). EDN: SQTRPT.

10. Ivanyo Ya.M., Tsyrenzhapova V.V. Trend Models in Forecasting and Evaluation of Losses of Crop Yield. *Aktual'nye voprosy agrarnoi nauki = Actual Issues of Agrarian Science*, 2023, no. 46, pp. 53–62. (In Russian). EDN: HJXL TJ.

11. Zorkaltsev V.I., Polkovskaya M.N., Fedurina N.I. Modeling of Season Vibrations of Prices for Agricultural Products. *Aktual'nye voprosy agrarnoi nauki = Actual Issues of Agrarian Science*, 2018, no. 28, pp. 48–56. (In Russian). EDN: YCKBID.

12. Fedoseev V.V., Garmash A.N., Orlova I.V., Polovnikov V.A. *Economic and mathematical methods and applied models*. Moscow, YUNITI Publ., 1999. 392 p. EDN: SCWJGR.

Информация об авторах

Иваньо Ярослав Михайлович — доктор технических наук, профессор, проректор по цифровой трансформации, профессор кафедры информатики и математического моделирования, Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского, п. Молодежный, Иркутский район, Иркутская область, Российская Федерация, e-mail: iymex@rambler.ru.

Полковская Марина Николаевна — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры информатики и математического моделирования, Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского, п. Молодежный, Иркутский район, Иркутская область, Российская Федерация, e-mail: polk_mn@mail.ru.

Синицын Максим Николаевич — аспирант, кафедра информатики и математического моделирования, Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского, п. Молодежный, Иркутский район, Иркутская область, Российская Федерация, e-mail: maks.sinitsyn.94@mail.ru.

Information about the Authors

Yaroslav M. Ivanyo — D.Sc. in Technical Sciences, Professor, Vice-Rector for Digital Transformation, Professor of the Department of Computer Science and Mathematical Modeling, Irkutsk State Agricultural University named after A.A. Ezhevsky, Molodezhny, Irkutsk District, Russian Federation, e-mail: iymex@rambler.ru.

Marina N. Polkovskaya — PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Department of Computer Science and Mathematical Modeling, Irkutsk State Agricultural University named after A.A. Ezhevsky, Molodezhny, Irkutsk District, Russian Federation, e-mail: polk_mn@mail.ru.

Maxim N. Sinitsyn — PhD Student, Department of Computer Science and Mathematical Modeling, Irkutsk State Agricultural University named after A.A. Ezhevsky, Molodezhny, Irkutsk District, Russian Federation, e-mail: maks.sinitsyn.94@mail.ru).

Вклад авторов

Все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Contribution of the Authors

The authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Для цитирования

Иваньо Я.М. Многоэтапные модели математического программирования и их приложения в сельском хозяйстве / Я.М. Иваньо, М.Н. Полковская, М.Н. Синицын. — DOI 10.17150/2713-1734.2024.6(1).47-59. — EDN UVBYTB // System Analysis & Mathematical Modeling. — 2024. — Т. 6, № 1. — С. 47–59.

For Citation

Inanyo Ya.M., Polkovskaya M.N., Sinitsyn M.N. Multi-Stage Mathematical Programming Models and Their Applications in Agriculture. *System Analysis & Mathematical Modeling*, 2024, vol. 6, no. 1, pp. 47–59. (In Russian). EDN: UVBYTB. DOI: 10.17150/2713-1734.2024.6(1).47-59.