

Научная статья  
УДК 621.313.333.2  
EDN YIHXDM  
DOI 10.17150/2713-1734.2023.5(4).425-441



**И.С. Куприянов**

*Иркутский государственный университет путей сообщения,  
г. Иркутск, Российская Федерация*

**А.В. Лукьянов**

*Иркутский государственный университет путей сообщения,  
г. Иркутск, Российская Федерация*

## **Математическое и натурное моделирование вибрации в асинхронных электродвигателях при статическом эксцентриситете ротора**

**Аннотация.** В статье рассматриваются вопросы повышения качества диагностики асинхронных электродвигателей при наличии статического эксцентриситета ротора (неравномерности воздушного зазора). В процессе сборки и ремонта асинхронного электропривода могут возникнуть нарушения технологии изготовления и сборки, в частности, смещение оси ротора относительно оси статора. Данный дефект может возникнуть также при износе подшипников ротора. При эксплуатации и ремонте асинхронных электродвигателей по фактическому состоянию важную роль играет достоверная диагностическая информация, в частности по параметрам вибрации. Для того чтобы не допускать аварийных ситуаций с выводом электродвигателя из эксплуатации, необходимо полное исследование силовых вибрационных характеристик при данном дефекте.

Проведены теоретические и экспериментальные исследования механических колебаний асинхронного электродвигателя возникающих при нарушении симметрии кольцевого зазора между статором и ротором. В работе построена математическая модель формирования радиальных сил в воздушном зазоре электродвигателя, по которой произведены расчеты для электродвигателя модели АИР63В4. Дана оценка изменения амплитуды и гармонического состава радиальных сил при различных величинах статического эксцентриситета ротора. Проведенное натурное моделирование подтвердило результаты теоретических исследований влияния уровня развития дефекта на гармонический состав механических колебаний при работе двигателя под нагрузкой и в режиме холостого хода. В частности, определены характерные спектральные составляющие радиальной вибрации на опорах электродвигателя. Выявлены достаточные вибрационные диагностические признаки, позволяющие определять наличие данного дефекта и степень его опасности. Хорошая сходимость теоретических и экспериментальных результатов исследований позволяет определить изменение диагностических признаков во всем возможном диапазоне развития дефекта. Произведено уточнение вибрационных признаков данного типа дефекта, описанных в различных литературных источниках.

**Ключевые слова.** Асинхронный электродвигатель, механические колебания, вибрация, радиальные силы, воздушный зазор, статический эксцентриситет ротора.

**Информация о статье.** Дата поступления: 15 июня 2023 г.; дата принятия к публикации: 20 ноября 2023 г.; дата онлайн-размещения: 12 декабря 2023 г.

**I.S. Kupriyanov***Irkutsk State Transport University,  
Irkutsk, Russian Federation***A.V. Lukyanov***Irkutsk State Transport University,  
Irkutsk, Russian Federation*

## **Mathematical and Natural Modeling of Oscillations in Induction Motors with Static Rotor Eccentricity**

**Abstract.** The article discusses the issues of improving the quality of diagnostics of induction motors in the presence of static rotor eccentricity (uneven air gap). In the process of assembly and repair of an induction electric drive, violations of the manufacturing and assembly technology may occur, in particular, the displacement of the rotor axis relative to the stator axis. This defect can also occur when the rotor bearings are worn. When operating and repairing asynchronous electric motors according to the actual state, reliable diagnostic information plays an important role, in particular, on vibration parameters. In order to prevent emergency situations with the decommissioning of the electric motor, it is necessary to fully study the power vibration characteristics for this defect.

Theoretical and experimental studies of mechanical oscillations of an induction motors arising from the violation of the symmetry of the annular gap between the stator and the rotor have been carried out. In this work, a mathematical model of the formation of radial forces in the air gap of the electric motor is built, according to which calculations are made for the induction motors model АИР63В4. An assessment is given of the change in the amplitude and harmonic composition of the radial forces at various values of the static eccentricity of the rotor. The conducted full-scale simulation confirmed the results of theoretical studies of the influence of the level of defect development on the harmonic composition of mechanical vibrations during engine operation under load and in idle mode. In particular, the characteristic spectral components of radial vibration on the motor supports are determined. Sufficient vibration diagnostic features have been identified that allow determining the presence of this defect and the degree of its danger. The good convergence of the theoretical and experimental results of the studies makes it possible to determine the change in diagnostic signs in the entire possible range of defect development. The vibrational signs of this type of defect, described in various literature sources, were refined.

**Keywords.** Induction motor, mechanical oscillations, vibration, radial forces, air gap, static eccentricity of rotor.

**Article info.** Received 15 June, 2023; Accepted 20 November, 2023; Available online 12 December, 2023.

Повышение надежности асинхронных электродвигателей (АЭД), самых распространенных видов привода в промышленности и транспорте, связана с необходимостью предупреждения аварийного выхода из строя и прогнозирования его состояния. Одним из распространенных дефектов в эксплуатации является статический эксцентриситет (СЭ) ротора (неравномерность воздушного зазора между ротором и статором). Данный дефект обычно возникает в результате нарушения технологии сборки (в результате

перекосов подшипников) или при изготовлении отдельных узлов (при отклонении формы крышек электродвигателя), а также при эксплуатационном износе подшипников ротора. В результате образуется неравномерный статический кольцевой зазор между ротором и статором. Несоблюдение технологии изготовления и ремонта, приводит к нарушению режимов работы магнитных и электрических цепей АЭД. И как следствие, к изменению характера магнитных и механических колебаний.

Для решения задачи диагностики данного дефекта в статье рассматривается математическая модель формирования радиальных периодических электромагнитных сил, порождаемых магнитном полем воздушного зазора и проведены экспериментальные исследования механических колебаний АЭД. Особенность процессов взаимного преобразования электрической и механической энергии, индивидуальные конструктивные особенности электродвигателей оказывают существенное влияние на характер их вибрации [1–4].

Колебания, порожденные электрическими процессами, в основном, проявляются в радиальном направлении. Уровень высокочастотной и шумовой (случайной) компоненты вибрации имеют сравнительно низкую амплитуду [5; 6]. Радиальные силы низких порядков  $r$  воздействуют на статор, создавая волны радиальных периодических деформаций удвоенной частоты и удвоенного пространственного порядка,  $r = 2$  [1; 2; 4].

Механические колебания АЭД порождаются электромагнитными силами, действующими в воздушном зазоре [1, 4]. Эти силы имеют вид бегущих волн из-за зубчато-пазовой структуры статора и ротора. В общем случае распределение этих сил, разделяемых на радиальные  $p_r$  и тангенциальные  $p_\tau$ , определяются выражениями [1]:

$$p_r = \frac{1}{2\mu_0} b^2(\vartheta, t), \quad (1)$$

$$p_\tau = a(\vartheta, t) \cdot b(\vartheta, t), \quad (2)$$

где  $a(\vartheta, t)$  — линейная токовая нагрузка ротора или статора;  $b(\vartheta, t) = f(\vartheta, t) \cdot \Lambda(\vartheta, t)$  — магнитная индукция в зазоре между ротором и статором в точке с угловой координатой  $\vartheta$  в момент времени  $t$ ;  $f(\vartheta, t)$  — мгновенные значения результирующей магнитодвижущей силы (м.д.с.) электрических обмоток статора и стержней ротора;  $\Lambda(\vartheta, t)$  — магнитная проводимость зазора [1].

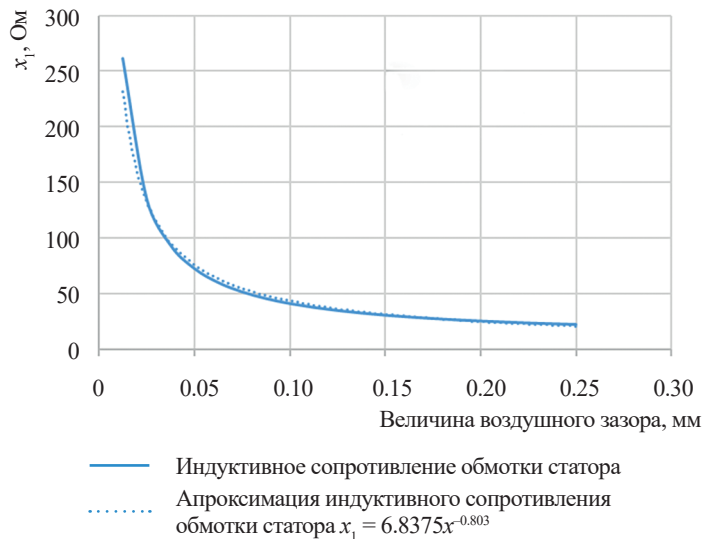
Влияние величины воздушного зазора на магнитную индукцию  $b(\vartheta, t)$ , можно оценить исходя из выражения, определяющего постоянную составляющую индукции в воздушном зазоре

$$B_1(\vartheta, t) = 1,35 \frac{w_1 k_{об.см} \mu_0}{p k_H \delta k_c} k_{ior} I_{1.дв} \quad (3)$$

где  $k_c$  — коэффициент Картера (воздушного зазора); для исправного АД  $k_c = 1,198$ ;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м. — магнитная постоянная;  $k_{ior}$  — коэффициент реактивной составляющей;  $w_1$  — число витков обмотки статора;  $\omega_1 = 2\pi f_c$  — оборотная частота сети;  $\vartheta$  — угловая координата, отсчитываемая вокруг оси воздушного зазора.

Связь величины воздушного зазора и амплитуд постоянной и переменной составляющих магнитной индукции, не ограничивается обратно пропорциональной зависимостью, представленной в уравнении (3). Также присутствует более сложная связь, через действующий ток двигателя, которая обусловлена изменением параметров электрической и магнитной цепей АЭД [7].

В частности, при изменении величины воздушного зазора изменяется его магнитная проводимость. Это вызывает нелинейные изменения величин индуктивных и взаимных индуктивных сопротивлений статора и ротора АЭД [7; 8]. Например, влияние изменения величины воздушного зазора на индуктивное сопротивление обмотки статора  $x_1$  в некоторой точке его окружности для электродвигателя АИР63В4 приведено на рис. 1.



**Рис. 1. График зависимости индуктивного сопротивления фазы обмотки статора от величины воздушного зазора для двигателя АИР63В4 и его аппроксимация**

Из графика представленного на рис. 1, следует, что с уменьшением величины воздушного зазора индуктивное сопротивление обмотки статора  $x_1$  возрастает. Согласно выражению

$$Z_{\text{ex}} = (r_1 + j \cdot x_1) + Z_{12}, \quad (4)$$

где  $Z_{12}$  — взаимное фазное сопротивление обмотки статора и ротора;  $r_1$  — активное сопротивление обмотки статора, изменение величины воздушного зазора приводит к пропорциональному изменению тока  $I'_{1\text{дей.}}$  в фазе обмотки статора.

Магнитная индукция в воздушном зазоре кроме основной составляющей амплитуды (3) имеет также две переменных составляющих поля: статора  $b_v(\vartheta, t)$  и ротора  $b_\mu(\vartheta, t)$ , которые можно вычислить из выражений (5) и (6)

$$b_v(\vartheta, t) = 1,35 \frac{w_1 k_{\text{об.см}} \mu_0}{\nu k_{\text{н}} \delta k_{\text{с}}} I_{\text{см}} \cdot \cos(\nu \cdot \vartheta - \omega_1 t - \varphi_1), \quad (5)$$

$$b_\mu(\vartheta, t) = 1,35 \frac{w_1 k_{\text{об.ром}} \mu_0}{\mu k_{\text{н}} \delta k_{\text{с}}} I_{\text{ром}} \cdot \cos(\mu \cdot \vartheta - \omega_2 t - \varphi_2), \quad (6)$$

где  $\nu$  — порядок гармоник переменных составляющих статора;  $\varphi_1$  — угол сдвига фазы тока, относительно питающего напряжения сети;  $\mu$  — число пар полюсов ротора;  $\omega_2 = 2\pi f_s$  — круговая скорость изменения тока в фазе ротора;  $\varphi_2$  — угол сдвига фазы тока, относительно питающего напряжения сети.

Порядок гармоник АЭД можно определить по выражениям (7), (8) для статора и ротора соответственно

$$\nu = (mq' + 1)p, \quad (7)$$

$$\mu = \frac{Z_2}{p} q'' + p, \quad (8)$$

где  $Z_2$  — число стержней ротора;  $q'$ ,  $q''$  — номера рассматриваемых гармоник магнитной индукции, где  $q'' = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Величина воздушного зазора  $\delta_\varepsilon$  на каждой угловой координате, при СЭ определяется по выражению

$$\delta_\varepsilon = \delta \cdot (1 - \varepsilon' \cdot \cos(\vartheta)), \quad (9)$$

где  $\delta$  — величина среднего (номинального) значения воздушного зазора,  $\varepsilon' = \delta_{\text{emin}} / \delta$  — относительный эксцентриситет, где  $\delta_{\text{emin}}$  минимальный воздушный зазор значение которого принимается в диапазоне от 0 до 1.

Наличие эксцентриситета приводит к изменению токов в обмотках ротора и статора из-за изменения индуктивных сопротивлений фаз обмоток статора и ротора (как было описано выше). Это приводит к образованию дополнительных магнитных полей в воздушном зазоре АЭД с числами пар полюсов: для постоянной

составляющей  $p \pm 1$ ; для переменной составляющей статора  $v \pm 1$ ; для переменной составляющей ротора  $\mu \pm 1$  [1].

Выражение для постоянной составляющей магнитной индукции АЭД

$$b'_1(\vartheta, t) = B_1(\delta_\varepsilon) \cdot \frac{\varepsilon'}{2} \cdot \cos((p \pm 1) \cdot \vartheta - (\omega_1 \pm \omega_\varepsilon)t), \quad (10)$$

для переменной составляющей статора

$$b'_v(\vartheta, t) = B_v(\delta_\varepsilon) \cdot \frac{\varepsilon'}{2} \cdot \cos((v \pm 1) \cdot \vartheta - (\omega_1 \pm \omega_\varepsilon)t), \quad (11)$$

и для переменной составляющей ротора.

$$b'_\mu(\vartheta, t) = B_\mu(\delta_\varepsilon) \cdot \frac{\varepsilon'}{2} \cdot \cos((\mu \pm 1) \cdot \vartheta - (\omega_1 \pm \omega_2)t), \quad (12)$$

где  $\omega_\varepsilon$  — угловая скорость изменения воздушного зазора (при статическом эксцентриситете равна 0).

В рассматриваемом случае необходимо учитывать высшие гармонические составляющие ротора при числе гармоник  $q''$  отличных от  $\pm 1$ , определяемых из выражения

$$b'_\mu(\vartheta, t) = B_\mu(\delta_\varepsilon) \cdot \frac{\varepsilon'}{2} \cdot \cos((\mu \pm 1) \cdot \vartheta - (\omega_1 \pm \omega_\mu)t), \quad (13)$$

где  $\omega_\mu$  — угловая скорость  $q''$  гармоники переменной составляющей ротора  $b'_\mu(\vartheta, t)$  порядка  $\mu$ .

Угловая скорость  $\omega_\mu$  определяются следующим выражением [1]

$$\omega_\mu = \omega_1[1 + q''(Z_2 / p)(1 - s)], \quad (14)$$

где  $s$  — скольжение ротора АЭД.

Тогда результирующая магнитная индукция АЭД в воздушном зазоре может быть определена как сумма всех переменных и постоянных составляющих индукции в пределах заданной угловой координаты  $\vartheta$  [1].

$$b(\vartheta, t) = b_1(\vartheta, t) + \sum_v b'_v(\vartheta, t) + \sum_\mu \left[ b_\mu(\vartheta, t) + \sum_{q''} b'_\mu(\vartheta, t) \right] + \sum_p b'_1(\vartheta, t)b'. \quad (15)$$

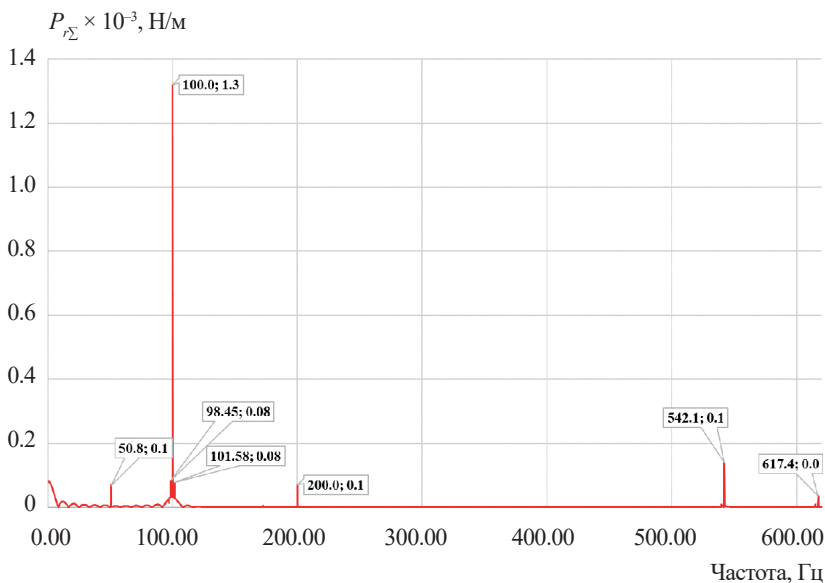
Рассмотрим результаты, получаемые при моделировании радиальных сил в воздушном зазоре АЭД модели АИР63В4, характеристики которого приведены в табл. 1. Моделирование и спектральный анализ производились в среде MATLAB [9].

Таблица 1

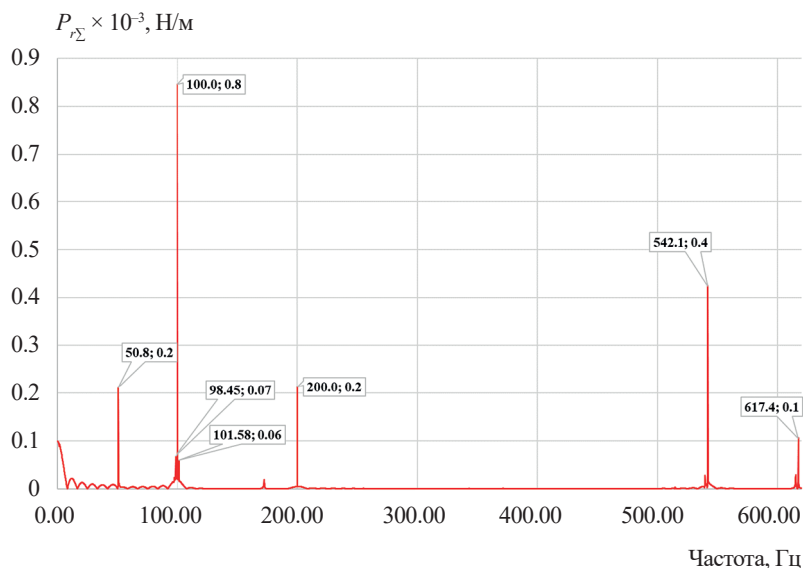
**Основные характеристики электродвигателя АИР63В4**

Характеристика	Значение
Мощность, кВт	0,37
Номинальная частота вращения, об/мин	1500
Число пар полюсов	2
Номинальный ток, А	1,37
КПД, %	68
Cos φ	0,7
Момент инерции, кг·м <sup>2</sup>	0,0014
Скольжение, %	8,7
Число пазов ротора	18
Число пазов статора	24
Сопrotивление обмотки статора, Ом	21,5

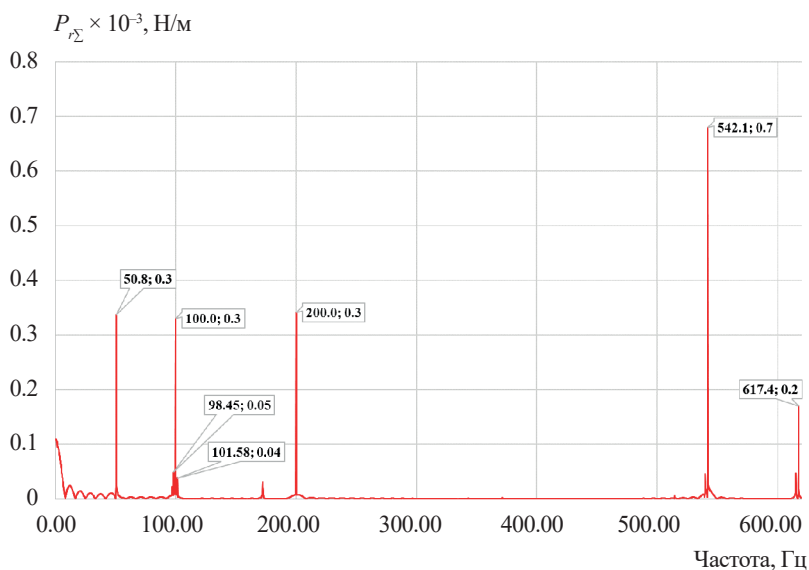
С целью повышения точности расчета и согласно данным [4–6], ограничим частоту дискретизации при расчете значением 1,6 кГц, поскольку предполагается, что основные признаки дефектов будут проявляться на частотах до 600 Гц. Порядок рассматриваемых гармоник  $q'$ ,  $q''$  при этом ограничиваются диапазоном от  $-2$  до  $2$ . Также ограничим число уравнений переменных составляющих магнитной индукции статора, так как угловая скорость  $\omega_\varepsilon$  изменения воздушного зазора при СЭ равна 0. Шаг спектра при длине временного сигнала  $T = 5,12$  сек составит  $\Delta f = 1 / T = 0,195 \approx 0,2$  Гц. Тогда минимальная погрешность по частоте будет  $f \pm 0,1$  Гц.



**Рис. 2. Спектр сигнала радиальной силы при статическом эксцентриситете ротора 0,05 и относительном скольжении 0,016**



**Рис. 3.** Спектр сигнала радиальной силы при статическом эксцентриситете ротора 0,20 и относительном скольжении 0,016



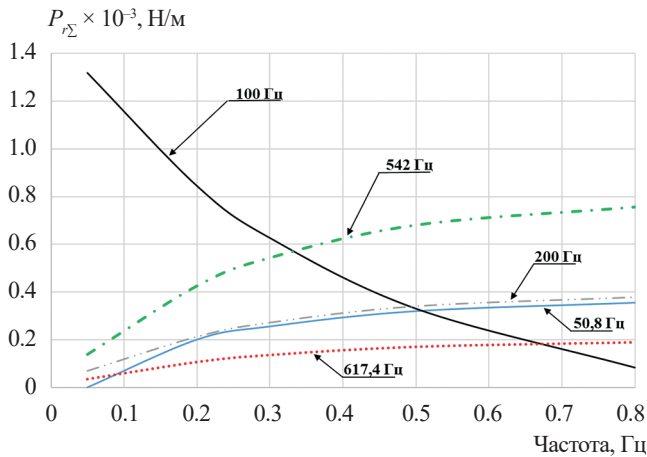
**Рис.4.** Спектр сигнала радиальной силы при статическом эксцентриситете ротора 0,5 и относительном скольжении 0,016

Для значений относительного эксцентриситета воздушного зазора  $\varepsilon' = 0,05; 0,2; 0,5$  спектральный состав временного сигнала радиальной силы, длительностью 5,12 сек в произвольной точке окружности приведен на рис. 2–4.



Графики на рис. 2–4 показывают, что при появлении и развитии статического эксцентриситета ротора наблюдается значительный рост гармоник на частотах 50,8; 200; 542; 615,3; 617,4 Гц, на частотах 97 Гц; 172,4 Гц спектральные пики незначительны.

Рассмотрим графики изменения амплитуд характерных частотных составляющих 50,8 Гц, 100 Гц, 200 Гц, 542 Гц, 617 Гц с увеличением относительной величины статического эксцентриситета (рис. 5).



**Рис. 5. График изменение амплитуд гармоник при различной величине статического эксцентриситета**

С увеличением эксцентриситета ротора (рис. 5) происходит рост амплитуд гармоник на частотах 50,8 Гц; 200 Гц; 542 Гц; 615,3 Гц; 617,4 Гц и постепенное уменьшение первой гармоники электромагнитной частоты  $2f_c = 100$  Гц.

По результатам моделирования периодического изменения радиальных сил в воздушном зазоре можно сделать следующие выводы: основными признаками наличия статического эксцентриситета являются:

- частота 542 (442 + 100) Гц, являющаяся модуляцией пазовой частоты ротора  $f_{\text{паз.рот}} = Z_2 \cdot f_0$  гармониками электромагнитной частоты,  $f_{\text{паз.рот}} + n \cdot 2f_c$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots, k$ ;
- частота 617,46 (642 – 24,6) Гц, являющаяся модуляцией пазовой частоты ротора гармониками электромагнитной частоты и оборотной частоты ротора  $f_0$ ,  $(f_{\text{паз.рот}} + n \cdot 2f_c) \pm f_0$ ;
- частота 200 Гц, 2-ая гармоника электромагнитной частоты  $2f_c$  [10];
- частота 50,8 (100 – 49,2 или 49,2 + 4 \* 0,4) Гц, производная от модуляции 2-ой гармоники оборотной частоты гармониками частоты прохода поля  $f_p = 2pf_s$  или модуляция 1-ой гармоники основной электромагнитной частоты гармониками оборотной частоты

ты,  $2f_c \pm n \cdot f_0$  где  $n = 1, 2$  или  $2f_0 \pm f_p$ , что согласуется с некоторыми частотами из источников [10; 12; 13];

– незначительные пики на частотах 98,4 и 101,6, близких  $2f_c \pm f_p$  согласно данным [5; 6; 12], которые являются модуляцией 1 гармоники основной электромагнитной частоты гармониками частоты прохода поля.

Полученные частоты модели при дефекте СЭ частично совпадают с частотами, указанными в [5; 6; 12; 13]. Однако они не являются доминирующими в частотном составе дефекта СЭ.

Графики спектров (рис. 2–4) показывают, что спектральные пики связаны с числом стержней ротора  $Z_2$ , при этом основные пазовая частота ротора  $f_{\text{паз,рот}} = 442,8$  Гц на спектре не проявляется. При этом  $f_{\text{паз,рот}}$  входит в состав пазовых частот модулируемых гармониками электромагнитных и оборотных частот. Это можно объяснить тем, что при  $q'' = -1$  из-за оставшейся симметричной электрической цепи статора и  $\omega_e = 0$ , возникают 2 силовые волны компенсирующие друг друга.

Экспериментальные исследования проводились на двигателе АИР63В4 в котором дефект СЭ моделировался путем износа (проточки) опоры подшипника на 50 мкм, что соответствует относительной величине СЭ 20 % от номинального зазора 250 мкм. На каждой из 2-х опор (подшипниках) вибрация измерялась в 3 перпендикулярных направлениях, по схеме, приведенной на рис. 6 и рис. 7.

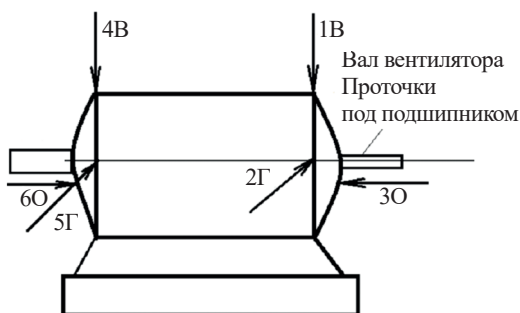
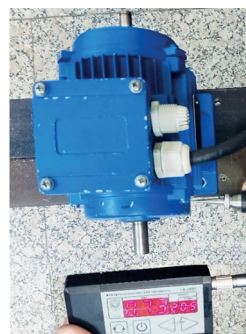
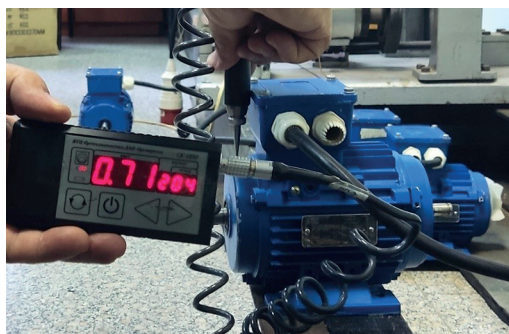


Рис. 6. Схема расположения точек при измерении вибрации АЭД

Измерения вибрации проводились при вращении ротора:

а) без нагрузки, (частота вращения ротора близка к 25 Гц или 1 500 об/мин);

б) под нагрузкой, частота вращения ротора при этом снижалась до 24,6 Гц, скольжение ротора составило 0,4 Гц, относительное скольжение — 1,6 %. Нагрузка задавалась путем увеличения сопротивления вращению вала тормозным устройством. Измерение вибрации (СКЗ виброскорости и виброускорения) проводилось с использованием виброколлектора СК-1100 (рис. 6)



*Рис. 7. Измерения вибрации АЭД АИР63В4 в точках 4В и 5Г*

Результаты измерений СКЗ в контрольных точках представлены в табл. 2.

Таблица 2

**Результаты измерений вибрации на опорах  
электродвигателя АИР63В4**

Работа без нагрузки, скольжения нет				Работа под нагрузкой, скольжение 0,4 Гц		
Точки схем	Точки программы	СКЗ скорости, мм/с	СКЗ ускорения, м/с <sup>2</sup>	Точки программы	СКЗ скорости, мм/с	СКЗ ускорения, м/с <sup>2</sup>
1в, у вала с дефектом СЭ	2-01	1,44	1,65	2-07	1,2	1,62
2г, там же	2-02	1,0	2,02	2-08	0,8	1,56
3о, там же	2-03	1,17	1,17	2-09	1,8	1,79
4в, с другой стороны	2-04	0,71	1,52	2-10	1,33	1,29
5г, там же	2-05	0,74	2,59	2-11	1,08	1,86
6о, там же	2-06	1,31	1,51	2-12	1,52	2,04

Спектральный состав сигналов виброскорости в точках 2-02 и 2-08 представлен на рис. 8 и 9.

Зарегистрированы следующие спектральные составляющие виброскорости: **100** Гц; **200** Гц; 275 (300 – 25) Гц; 300 Гц; 523,8 (548,8 – 25) Гц; **548,8** Гц; 573,8 (548,8 + 25) Гц; 598,6 (548,8 + 2 \* 25) Гц; 600 Гц; 623,8 (648,8 – 25); **648,8** (548,8 + 100) Гц; 673,8 (648,8 + 25) Гц; 698,6 (648,8 + 2 \* 25) Гц; 748,6 (548,8 + 200) Гц; 800 Гц; 848,6 (548,6 + 300) Гц; 948,6 (548,6 + 400) Гц; 1097,6 (548,8 \* 2) Гц; **1172,6** (548,8 \* 2 + 25 \* 3) Гц; 1746,2 (548,8 \* 3 + 100) Гц. (полу жирным шрифтом выделены 6 максимальных пиков спектра виброскорости)

На спектре видны следующие частотные пики: **24,6** Гц; 49,2 Гц; 100 Гц; **200** Гц; 270,5 Гц; 300 Гц; 400 Гц; **541** Гц; 616,4 (641 – 24,6) Гц; **641** (541 + 100) Гц; 665,6 (641 + 24,6) Гц; 690,2 (641 + 2 \* 24,6) Гц; **741** (541 + 200) Гц; **841** (541 + 300) Гц; 860,7 (885,3 – 24,6) Гц;

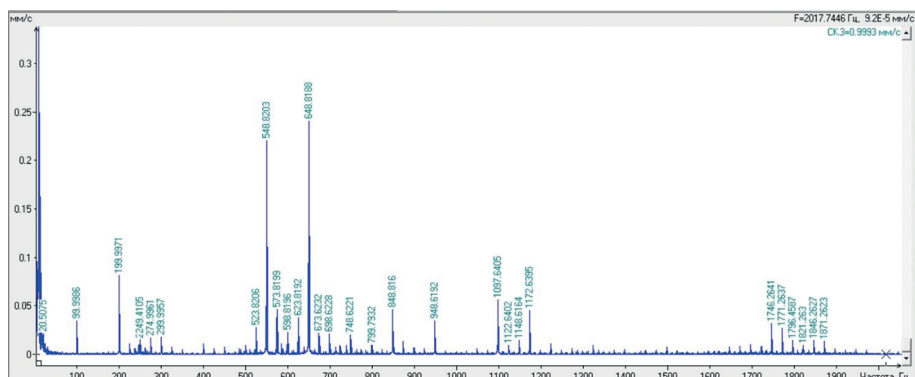


Рис. 8. Спектр сигнала виброскорости в горизонтальном направлении, дефект статический эксцентриситет, работа без нагрузки (точка 2-02).

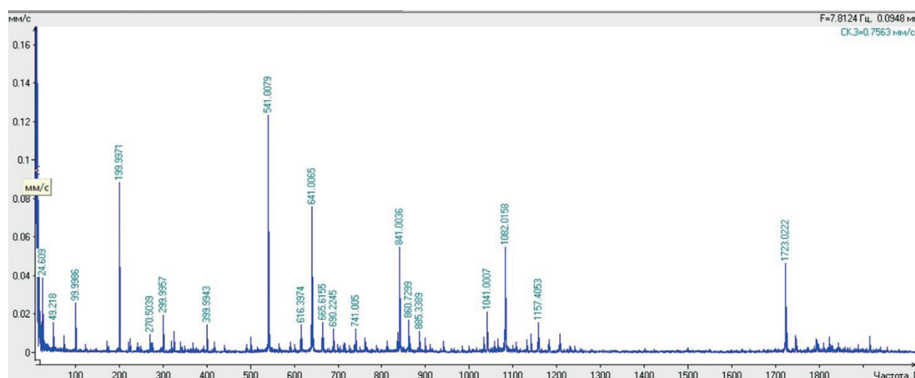


Рис. 9. Спектр сигнала виброскорости в горизонтальном направлении, дефект статический эксцентриситет, работа под нагрузкой, скольжение 0,4 Гц (точка 2-08).

885,3 ( $442,7 \cdot 2$ ) Гц; 1041 ( $541 + 500$ ) Гц; **1082** Гц ( $541 \cdot 2$ ); 1157,4 ( $541 \cdot 2 + 3 \cdot 24,6$ ) Гц; **1723** ( $541 \cdot 3 + 100$ ) Гц (полу жирным шрифтом выделены 8 максимальных пиков спектра виброскорости).

Анализ частотных пиков спектров СЭ при работе без нагрузки и под нагрузкой показал, что все 39 перечисленных пиков принадлежат к одной из четырех характерных групп. [13; 14]

Группа гармоник оборотной частоты  $f_0$ :  $k \cdot f_0$ ,  $k = 12$ :

– без нагрузки: — нет;

– с нагрузкой: 24,6 Гц; 49,2 ( $2 \cdot 24,6$ ) Гц.

Группа гармоник электромагнитной частоты  $2f_c = 100$  Гц  $2rf_c$ ;  $r = 1 \div 8$  Гц в горизонтальном и вертикальном направлениях [12]:

– без нагрузки: 100, 200, 300, 600, 800 Гц;

– с нагрузкой: 100, 200, 300, 400, 600, 800 Гц.

Группа гармоник пазовой частоты ротора  $f_{\text{паз.рот}} = Z_2 \cdot f_0$  и их модуляции гармониками электромагнитной частоты  $2f_c$ . Для

электродвигателя АИР62В4 с числом пазов ротора  $Z_2 = 18$  и оборотной частотой  $f_1 = 25$  Гц при работе без нагрузки  $f_{\text{наз.р.}} = 450$  Гц, при работе под нагрузкой и скольжении  $0,4$  Гц  $f_0 = 24,6$  Гц,  $f_{\text{наз.ром}} = 442,8$  Гц.

Учитывая, что погрешность шага спектра по частоте  $\Delta f = 1 / T$  при длине регистрируемого вибросигнала  $T = 5,12$  сек будет  $\Delta f = 0,1953 \approx 0,2$  Гц, то значения спектральных компонент вибрации электродвигателя будут иметь точность  $f_{-0,1}^{+0,1}$  Гц.

Тогда в спектрах (рис. 5, 6) пазовая частота ротора при работе без нагрузки будет определяться в диапазоне  $f_{\text{наз.ром}} = 18 \cdot 25 \frac{+0,1}{-0,1} = 448,2 \div 450$  Гц, т.е.  $f_{\text{наз.ром}} = 448,8$  Гц [12; 13].

Пазовая частота ротора при работе электродвигателя под нагрузкой будет лежать в диапазоне  $f_{\text{наз.ром}} = 18 \cdot 24,6 \frac{+0,1}{-0,1} \text{ Гц} = 441 \div 444,6$ , т.е.  $f_{\text{наз.ром}} = 441$  Гц.

Следовательно, фактические пазовые частоты  $f_{\text{наз.ром}} = 448,8$  Гц и  $f_{\text{наз.ром}} = 441$  Гц, при работе АЭД без нагрузки и под нагрузкой будут лежать в диапазонах допуска. Гармоники пазовой частоты ротора будут иметь модуляцию первой гармоникой оборотной частоты [12; 13].

Ряд частот (1) данного типа при работе АЭД без нагрузки (рис. 5) будет иметь вид: 548,8 ( $448,8 + 100$ ) Гц; 648,8 ( $448,8 + 2 \cdot 100$ ) Гц; 748,6 ( $448,8 + 3 \cdot 100$ ) Гц; 848,6 ( $448,8 + 4 \cdot 100$ ) Гц; 948,6 ( $448,8 + 5 \cdot 100$ ) Гц; **1097,6** ( $448,8 \cdot 2 + 2 \cdot 100$ ) Гц; 1746 ( $448,8 \cdot 3 + 4 \cdot 100$ ) Гц;

Ряд частот (2) при работе АЭД под нагрузкой (рис. 6) будет иметь вид: 541 ( $441 + 100$ ) Гц, 641 ( $441 + 2 \cdot 100$ ) Гц, 741 ( $441 + 3 \cdot 100$ ) Гц, 841 ( $441 + 4 \cdot 100$ ) Гц, 1041 ( $441 + 6 \cdot 100$ ) Гц, 1082 ( $441 \cdot 2 + 2 \cdot 100$ ) Гц, 1723 ( $441 \cdot 3 + 4 \cdot 100$ ) Гц.

Уравнения гармоник пазовой частоты ротора и их модуляции гармониками электромагнитной частоты будут иметь общий вид:  $f_i = k \cdot f_{\text{наз.р.}} + r \cdot 2f_c$ ;  $k = 1 \div 3$ ;  $r = 1 \div 6$ .

Следует отметить, что ряды частот (1) и (2) в качестве первых основных низкочастотных пиков пазовых частот ротора имеют частоты модуляции  $448,6 + 100 + 548,8$  Гц и  $441 + 100 = 541$  Гц первой гармоникой электромагнитной частоты. Все остальные частоты рядов (1) и (2) являются их высокочастотными гармониками.

Группа гармоник пазовых частот ротора с модуляцией оборотной частоты:

– ряд частот спектра (1) полученных без нагрузки: 275 ( $300 - 25$ ) Гц; 523,8 ( $548,8 - 25$ ) Гц; 573,8 ( $548,8 + 25$ ) Гц; 598,6

(548,8 + 2 \* 25) Гц; 623,8 (648,8 – 25); 673,8 (648,8 + 25) Гц; 698,6 (648,8 + 2 \* 25) Гц; **1172,6** (548,8 \* 2 + 25 \* 3) Гц;

– ряд частот спектра под нагрузкой: 616,4 (641 – 24,6) Гц; 665,6 (641 + 24,6) Гц; 690,2 (641 + 2 \* 24,6); 860,7 (885,3 – 24,6) Гц; 1157,4 (541 \* 2 + 3 \* 24,6) Гц.

С учетом данных [1–5] и проведенного эксперимента дефект СЭ имеет следующие дополнительные подтвержденные вибрационные признаки:

1. При скольжении достаточно типично одновременное присутствие пиков на частотах гармоник электромагнитных сил  $f_{эм} = 100$  Гц и гармоник обратной частоты.

2. Наибольшая вибрация (СКЗ виброскорости) и ее характерные признаки проявляются в точках установки датчика близких к дефекту (т.е. к максимальному и минимальному зазорам между ротором и статором). Благодаря такой локализации эксцентриситет статора приводит к возникновению направленной в пространстве вибрации.

3. Вторая, третья и до шестой (200, 300, 600 Гц) гармоники электромагнитной частоты  $F_{эм}$  появляются уже при 20 % развитии дефекта, что вызвано пульсацией магнитной проводимости воздушного зазора.

4. Ряд дробных нечетных гармоник сетевой частоты 50 Гц, 150 Гц, 250 Гц ... не обнаружены.

5. Увеличение амплитуды гармоники на частоте вращения электромагнитного поля в зазоре 25 Гц не наблюдается как при отсутствии нагрузки, так и при работе со скольжением.

6. Пульсирующий момент с пазовыми частотами статора  $kf_0Z_2 \pm nf_c / p$ ;  $k=1; 2; 3$ ;  $n=1; 2; 3$  экспериментально не обнаружен.

### Заключение

Представленные в работе результаты теоретических и экспериментальных исследований статического эксцентриситета ротора позволяют сделать следующие выводы.

Получена математическая модель радиальных сил в несимметричном воздушном зазоре АЭД. При СЭ возникают колебания радиальных сил большой амплитуды на следующих основных частотах: 50,8 Гц ( $2f_0 + 2 \cdot p \cdot f_s$ ); 200 Гц ( $4f_c$ ), 542 Гц ( $f_{наз.р.} + n \cdot 2f_c$ ); 617,4 Гц ( $f_{наз.р.} + n \cdot 2f_c$ )  $\pm f_0$ .

Результаты проведенного эксперимента, показывают, что основными признаками дефекта СЭ являются частоты 541,741,8 Гц ( $f_{наз.р.} + n \cdot 2f_c$ )  $\pm f_0$ , 200 Гц ( $4f_c$ ), 24,6 Гц и 49,2 Гц ( $nf_0$ ). Частоты  $2f_0 + 2 \cdot p \cdot f_s$ ;  $f_{наз.р.} + n \cdot pf_c$ ; ( $f_{наз.р.} + n \cdot pf_c$ )  $\pm f_0$ , описанные как основные признаки [5, 6, 12] присутствуют, но их амплитуда не вносит основного вклада в частотный состав временного сигнала вибрации.



Разное количество и отклонение характерных для дефекта частот до  $\pm 1$  Гц, между математической моделью и результатами эксперимента объясняется, двумя факторами:

- несовершенство модели из-за заложенных ограничений;
- возможной погрешностью при разложении в ряд Фурье сигнала, полученного при экспериментальных исследованиях, и особенностями виброколлектора.

При этом математическая модель вследствие округления при вычислении может иметь погрешность  $\Delta \approx \pm 0,05$  Гц. Экспериментальные исследования и математическая модель имеют шаг по частоте 0,2 Гц. Это дает точность преобразования Фурье  $f \pm 0,1$  Гц. При суммировании всех погрешностей максимальное отклонение может достичь величины 0,5 Гц.

Таким образом, в результате исследований уточнены характерные для статического эксцентриситета ротора вибрационные признаки, формируемые периодическими радиальными силами в воздушном зазоре АЭД. Полученные результаты позволяют повысить точность диагностики данного дефекта и определить степень его развития и степень его опасности для эксплуатации АЭД.

### Список использованной литературы

1. Чубов И.Г. Шум и вибрация электрических машин / И.Г. Чубов. — Ленинград : Энергоатомиздат, 1986. — 208 с.
2. Лукьянов А.В. Исследование комплекса параметров вибрации и внешнего магнитного поля в задачах диагностики асинхронных электродвигателей / А.В. Лукьянов, Ю.С. Мухачев, И.О. Бельский. — EDN SFPCIB // Системы. Методы. Технологии. — 2014. — № 2 (22). — С. 61–69.
3. Сурков Д.В. Электромагнитные способы определения эксцентриситета и несимметрии короткозамкнутой клетки ротора асинхронных двигателей : дис. ... канд. техн. наук : 05.09.01 / Д.В. Сурков. — Оренбург, 2008. — 127 с.
4. Ульянов С.А. Электромагнитные переходные процессы электрических системах / С.А. Ульянов. — Москва : Энергия, 1970. — 520 с.
5. Русов В.А. Спектральная вибродиагностика / В.А. Русов. — Пермь : Вибро-Центр, 1996. — 176 р.
6. Русов В.А. Диагностика дефектов вращающегося оборудования по вибрационным сигналам / В.А. Русов. — Пермь : Вибро-Центр, 2012. — 198 с.
7. Асинхронные двигатели серии 4А : справочник / А.Э. Кравчик, М.М. Шлаф, В.И. Афонин, Е.А. Соболевская. — Москва : Энерго-атомиздат, 1982. — 504 с.
8. On the use of slot harmonics as a potential indicator of rotor bar breakage in the induction machine / A. Khezzar, M.Y. Kaikaa, M. Boucherma, H. Razik // IEEE Transactions on Industrial Electronics. — 2009. — Vol. 56, no. 11. — P. 4592–4605.
9. Кетков Ю.Л. MATLAB 7. Программирование, численные методы / Ю.Л. Кетков, А.Ю. Кетков, М.М. Шульц. — Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2005. — 752 с.
10. Петухов В.С. Диагностика состояния электродвигателей. Метод спектрального анализа потребляемого тока / В.С. Петухов, В.А. Соколов // Новости электротехники. — 2005. — № 1 (31). — С. 50–52.

11. Benbouzid M. Bibliography on induction motors faults detection and diagnosis / M. Benbouzid // *IEEE Transaction on Energy Conversion*. — 1999. — Vol. 14, no. 4. — P. 1065–1074.

12. Неразрушающий контроль : справочник : в 8 т. / под ред. В.В. Клюева. — 2-е изд., испр. — Москва : Машиностроение, 2006. — Т. 7, кн. 2: Вибродиагностика. — 829 с.

13. Соколов Д.В. Определение дефектов электромагнитной системы электрических машин по спектральным характеристикам виброакустических сигналов / Д.В. Соколов // *ПромСервис*. — URL: <http://www.promservis.ru/pap009.html>.

14. Лукьянов А.В. Классификатор вибродиагностических признаков дефектов роторных машин / А.В. Лукьянов. — Иркутск : Изд-во ИрГТУ, 1999. — 228 с.

### References

1. Shubov I.G. *Noise and vibration of electrical machines*. Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1986. 208 p.

2. Lukyanov A.V., Mukhachev Y.S., Belsky I.O. Researching the Complex of Vibration Parameters and External Magnetic Field in the Problems of Diagnostics of Asynchronous Electric Motors. *Sistemy. Metody. Tekhnologii = Systems. Methods. Technologies*, 2014, no. 2, pp. 61–69. (In Russian). EDN: SFPCIB.

3. Surkov D.V. *Electromagnetic methods for determining the eccentricity and asymmetry of the squirrel-cage rotor cage of asynchronous motors*. Cand. Diss. Orenburg, 2008. 127 p.

4. Ulyanov S.A. *Electromagnetic transients in electrical systems*. Moscow, Energiya Publ., 1970. 520 p.

5. Rusov V.A. *Spectral vibration diagnostics*. Perm, Vibro-Tsentr Publ., 1996. 176 p.

6. Rusov V.A. *Diagnosis of defects in rotating equipment using vibration signals*. Perm, Vibro-Tsentr Publ., 2012. 198 p.

7. Kravchik A.E., Shlaf M.M., Afonin V.I., Sobolevskaya E.A. 7. *Asynchronous motors series 4A*. Moscow, Energo-atomizdat Publ., 1982. 504 p.

8. Khezzar A., Kaikaa M.Y., Boucherma M., Razik H. On the Use of Slot Harmonics as a Potential Indicator of Rotor Bar Breakage in the Induction Machine. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, vol. 56, no. 11, pp. 4592–4605.

9. Ketkov Yu.L., Ketkov A.Yu., Shul'ts M.M. *MATLAB 7. Programming, numerical methods*. Saint Petersburg, 2005. 752 p.

10. Petukhov V.S., Sokolov V.A. Diagnostics of the condition of electric motors. Method of spectral analysis of current consumption. *Novosti elektrotekhniki = News of Electrical Engineering*, 2005, no. 1, pp. 50–52. (In Russian).

11. Benbouzid M. Bibliography on Induction Motors Faults Detection and Diagnosis. *IEEE Transaction on Energy Conversion*, 1999, vol. 14, no. 4, pp. 1065–1074.

12. Klyuev V.V. *Unbrakable control*. 2<sup>nd</sup> ed. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2006. Vol. 7. 829 p.

13. Sokolov D.V. Determination of defects in the electromagnetic system of electrical machines based on the spectral characteristics of vibroacoustic signals. *PromServis*. Available at: <http://www.promservis.ru/pap009.html>. (In Russian).

14. Lukyanov A.V. *Classifier of vibration diagnostic signs of rotary machine defects*. Irkutsk State Technical University Publ., 1999. 228 p.

### Информация об авторах

**Куприянов Иван Сергеевич** — старший преподаватель кафедры Физика, механика и приборостроение, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация, e-mail: [xpress14@mail.ru](mailto:xpress14@mail.ru).



**Лукьянов Анатолий Валерианович** — доктор технических наук, профессор кафедры Физика, механика и приборостроение, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация, e-mail: loukian@inbox.ru.

### Information about the Authors

**Ivan S. Kupriyanov** — Senior Lecturer of the Department of Physics, Mechanics and Instrumentation, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russian Federation, e-mail: xpress14@mail.ru

**Anatoly V. Lukyanov** — D.Sc. in Technical Sciences, Professor of the Department of Physics, Mechanics and Appliances, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russian Federation, e-mail: loukan@inbox.ru

### Вклад авторов

Все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### Contribution of the Authors

The authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

### Для цитирования

Куприянов И.С. Математическое и натурное моделирование вибрации в асинхронных электродвигателях при статическом эксцентриситете ротора / И.С. Куприянов, А.В. Лукьянов. — DOI 10.17150/2713-1734.2023.5(4).425-441. — EDN YIHXDM // System Analysis & Mathematical Modeling. — 2023. — Т. 5, № 4. — С. 425–441.

### For Citation

Kupriyanov I.S., Lukyanov A.V. Mathematical and Natural Modeling of Oscillations in Induction Motors with Static Rotor Eccentricity. *System Analysis & Mathematical Modeling*, 2023, vol. 5, no. 4, pp. 425–441. (In Russian). EDN: YIHXDM. DOI: 10.17150/2713-1734.2023.5(4).425-441.