Научная статья
УДК 519.6
EDN VVYIDO
DOI 10.17150/2713-1734.2023.5(2).131-141

В.И. Мартьянов
Байкальский государственный университет,
Иркутский национальный исследовательский технический университет,
Иркутский государственный университет,
г. Иркутск, Российская Федерация

В.В. Блудов
Байкальский государственный университет,
г. Иркутск, Российская Федерация

Оценки сложности алгоритмов анализа видеорядов дорожных лабораторий

Аннотация. Автоматизация обработки массивов данных автодорожных лабораторий, имеющих системы определения глобальных координат, навигационные приборы, комплексы панорамной съемки и другое оборудование, имеет важное значение для обеспечения высокого качества камеральных работ. В статье рассматриваются вопросы построения эффективных алгоритмов камеральной обработки данных комплексов панорамной съемки автодорожных лабораторий.

Ключевые слова. Автодорожные лаборатории, комплексы панорамной съемки, программные комплексы, обработка изображений, алгоритмы анализа изображений.

Информация о статье. Дата поступления: 23 декабря 2022 г.; дата принятия к публикации: 14 апреля 2023 г.; дата онлайн-размещения: 14 мая 2023 г.

Original article

V.I. Martyanov
Baikal State University,
Irkutsk State Technical University, Irkutsk State University,
Irkutsk, Russian Federation

V.V. Bludov
Baikal State University,
Irkutsk, Russian Federation

Estimates of the Complexity of Algorithms for Analyzing Video Sequences of Road Laboratories

Abstract. Automating the processing of data arrays of road laboratories with global coordinate systems, navigation devices, panoramic imaging systems and other equipment is important to ensure high quality office work. The article deals with the issues of constructing effective algorithms for office data processing of panoramic survey complexes of road laboratories.

Keywords. Road laboratories, panoramic imaging systems, software packages, image processing, image analysis algorithms.

Article info. Received 23 December , 2022; Accepted 14 April, 2023; Available online 14 May, 2023.

1. Введение

Программные комплексы, реализующие методы искусственного интеллекта, в настоящее время используются достаточно широко в самых разных областях, включая:

– контроль городской среды (движение транспорта, поиск людей и др.);

– анализ производственной деятельности;

– и многое другое.

Достаточно перспективным является интеллектуализация камеральной обработки данных комплексов панорамной съемки автодорожных лабораторий на основании предлагаемых в данной статье математических методов, основанных на теоретико-множественных моделях эталонов (образцов) и исследуемых изображений.

Следует отметить, что методы обработки фотоматериалов, использующие нейронные сети [1], на настоящий момент не имеют математически рассчитанных оценок алгоритмической сложности, что вносит неопределенность в эффективность их практического использования при обработке данных комплексов панорамной съемки автодорожных лабораторий, которые еще и могут иметь изменения (искажения) по погодным или другим причинам.

Отметим, что:

1. Обработка данных комплексов панорамной съемки автодорожных лабораторий должна осуществляться методами, имеющими математическое обоснование их алгоритмической сложности.

2. Эффективность обработки данных комплексов панорамной съемки автодорожных лабораторий в настоящее время не соответствует требованиям нормативной базы, что делает необходимым использование новых алгоритмов, которые имеют математическое подтверждение их эффективной работы.

На настоящий момент реализация методов быстрой обработки больших массивов данных (например, использование банковских карт, поисковые системы Интернета, системы антиплагиата и др.) в основном обеспечиваются информационными технологиями *BigTable*[1] и *BigData* [2]. Рассматриваемые в статье алгоритмы могут рассматриваться развитием технологий быстрой обработки больших массивов данных, включая и обработку изображений, использующую распознавание практически бесконечного числа эталонов.

Таким образом, будут рассматриваться следующие вопросы:

1. Алгоритмическая сложность проверки частичной проекции какого-либо эталона в объекты первого плана панорамной съемки автодорожных лабораторий.

[1] BigTable. URL: http:// ru.wikipedia.org/wiki/BigTable.

2. Алгоритмическая сложность проверки частичной проекции эталонов в объекты второго и дальнейших планов панорамной съемки автодорожных лабораторий.

Будут рассмотрены также:

1. Создание проекта алгоритмов реализации частичного вложения эталонов в объекты первого плана панорамной съемки автодорожных лабораторий.

2. Создание проекта алгоритмов реализации частичного вложения эталонов в объекты второго и дальнейших плана панорамной съемки автодорожных лабораторий.

Научная новизна статьи в основном заключается в решении следующих двух проблем:

1. Оценка алгоритмической сложности проверки частичной проекции какого-либо эталона в объекты первого плана панорамной съемки автодорожных лабораторий.

2. Оценка алгоритмической сложности проверки частичной проекции эталонов в объекты второго и дальнейших планов панорамной съемки автодорожных лабораторий.

2. Историческая справка и методики

Работа [3] посвящена обработке изображений, представленных связными графами (т.е. определена алгоритмическая оценка нахождения эталонов), представленных связями сегментов (окружности) с градусной мерой и сегментами. В работе [4] определена алгоритмическая оценка нахождения эталонов для специальной версии представления панорамной съемки автодорожных лабораторий, где к градусной мере сегментов (окружности) связного графа дополнены также их протяженностью.

Использование протяженности сегментов делает необходимым использование стандартов (калибровки) эталонов и кадров панорамной съемки автодорожных (смотри [5]).

Данный подход позволяет обрабатывать кадры панорамной съемки автодорожных лабораторий при наличии помех по погодным или другим причинам.

В данной статье неполная инъекция эталона в предметы первого плана определяется удачной (т.е. эталон определен в кадре панорамной съемки автодорожных лабораторий), если эта инъекция получилась ***почти*** (*полное разъяснение определяется далее*) эквивалентным для ***специальной области эталона,*** далее определяемой, как ***базис***.

Обращаем внимание, что в настоящей работе (как и в статье [6]) *геометрическая* реализация совокупности эталонов на плоскости с применением полярной системы координат не станет реализовываться до полной строгой (математической) абстракции из-за большого объема текста, а очень большие математические построения делают практически невозможным восприятие главных идей и основных результатов.

Геометрическая интерпретация сегментов, связей сегментов и совокупности эталонов на плоскости будет дана в дальнейшем лишь в полуформальных замечаниях.

В дальнейшем предполагаем, что предметы, представленные в кадрах панорамной съемки автодорожных лабораторий, а также эталоны, имеют одинаковый масштаб. Далее, предметы, представленные в кадрах панорамной съемки автодорожных лабораторий, не имеют неточностей, определенных объемом объектов (***3d***).

2.1. Теоретико-множественные модели данных

Объекты изучения [7] будут представляться теоретико-множественными моделями данных (*тмм*) [8] вида

$$PT = < AT, BT, RT, VT, MT; Set, Agt, Met, Ret >, \qquad (1)$$

где AT — сегменты; BT — часть AT, далее называемая ***базисом***; RT — связи сегментов; VT — допустимые углы или сектора окружности (например, от 90 до 270 градусов или частей радиана, заданная отрезком целых неотрицательных чисел до D); MT — меры протяженности сегментов, (целые неотрицательные числа до E), $Set: AT \rightarrow VT$, функция определяющая градусы (или доли градусов) сегмента; $Agt: AT \rightarrow MT$, функция задающая радианы (или доли радиана) угла между сегментами; $Met: AT \rightarrow MT$, задающее сегменту его длину; предикат Ret соединяет связь сегментов rel с соседними сегментами, т.е. Ret — включено в $RT \times AT \times AT$.

Предполагаем, задание эталонов некоторыми *тмм*

$$\begin{gathered} ST_1 = < AT_1, BT_1, RT_1, VT_1, MT_1; Set, Agt, Met, Ret >, \\ ST_2 = < AT_2, BT_2, RT_2, VT_2, MT_2; Set, Agt, Met, Ret >, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \qquad (2) \\ ST_m = < AT_m, BT_m, RT_m, VT_m, MT_m; Set, Agt, Met, Ret >, \end{gathered}$$

Анализируемый кадр панорамной съемки автодорожной лаборатории PT представлен *тмм* ***(1)***, где совокупность ***BT (базис)*** является пустым.

В дальнейшем будем считать, что *тмм* $PT, ST_1, ST_2, \dots, ST_m$ представляют *связные* графы.

Построим для кадра панорамной съемки автодорожной лаборатории универсум YT, имеющий не более nn элементов и не более kk связных элементов. Положим, что $nn = kk$. Кроме того, полагаем, что верхняя граница количества элементов в выше определенных *тмм* не превосходят n.

Пусть задана *тмм*

$$YT = < AAT, BBT, RRT, VVT, MMT; Set, Agt, Met, Ret >, \quad (3)$$

где $AAT = \{aat_{a,k}$ | индексы сегмента $a \in UT = UT_0 \cup UT_1 \cup \ldots \cup UT_n$, параметр k имеет значения от 0 до n (причем, если $a \in UT_i$, то $k \geq i)\}$; $RRT = \{rrt_{a,b} | a,b \in UT\}$. Детальные определения других элементов будут даны ниже.

Основание индукции. Совокупность

$$UT_0 = \{(vvt, mmt, rrt, d) \mid vvt \in VVT, mmt \in MMT, rrt \in RRT, d \in D\},$$

где mmt — ориентировка сегментов $D = \{0, 1\}$.

Индукционный шаг. Пусть $i > 0$.

$$UT_i = \{(vvt_0, mmt_0, rrt_0, d_0), \ldots, (vvt_i, mmt_i, rrt_i, d_i) \mid vvt_j \in VVT, mmt_j \in MMT, d_j \in D\}.$$

Таким образом

$$UT_{i+1} = \{(vvt_0, mmt_0, rrt_0, d_0), \ldots, (vvt_{i+1}, mmt_{i+1}, rrt_{i+1}, d_{i+1}) \mid vvt_j \in \in VVT, mmt_j \in MMT, d_j \in D, d_j = 1\}. \quad (4)$$

Представленные здесь сегменты из множества $BBT = AAT_{0,0} \cup AAT_{1,1} \cup \ldots \cup AAT_{n,n}$ имеют единичную длину. Сегменты не единичной длины собраны в совокупностях $AAT_{i,j}$, где $i < j$ и $n \geq j$, которые задаются указанным ниже образом

$$AAT_{i,i} = \{aat_{\alpha,\beta} \mid \alpha \in UT_i, \beta \in UT_j; \alpha = \alpha_1 (vvt, mmt, rrt, d), \beta = \alpha (vvt_1, mmt_1, rrt_1, d_1) \ldots$$

$$\alpha (vvt_s, mmt_s, rrt_s, d_s), s = j - I, vvt_1 = \ldots = vvt_s, rrt_1 = \ldots = rrt_s = = 0, d_0 = \ldots = d_s = d\} \quad (5)$$

Следует отметить, что так заданные сегменты $aat_{\alpha,\beta}$ имеют размер $j - i + 1$, т.е. $Met(aat_{\alpha,\beta}) = j - i + 1$, сектор окружности сегмента $aat_{\alpha,\beta}$ равен $v * (j - i + 1)$, т.е. $Set(aat_{\alpha,\beta}) = v * (j - i + 1)$.

Совокупность сегментов AAT универсума YT *(3)* в соответствии с *(4)* и *(5)* может быть определена следующей формулой $AAT = AAT_i \cup AAT_j$, где $i \leq j$ и $n \geq j$, одноместные отображения Set, Met определены выше.

Для выделения множества связей сегмента RRT изменим способ идентификации сегментов из совокупностей $AAT_{i,j}$, следующим образом, для сегмента длины 1 (случай $i = j$) заместим запись aat_α на запись $aat_{\alpha,1}$; при $k > 1$ выражение $aat_{\alpha,\beta}$ заменим на формулу $aat_{\alpha,k}$.

Для улучшения читабельности и выполнения ряда других важных технологических проблем будем использовать множества сегментов $AAT_0, AAT_1, \ldots, AAT_n$, где $AAT_i = \{aat_{\alpha,k} \mid \alpha \in UT_i, k = 1, n\}$.

Сегменты из множества $\boldsymbol{AAT_i}$ станут определяться, как ранга $\boldsymbol{i}$. Полученные множества попарно не пересекаются и $\boldsymbol{AAT = AAT_0 \cup AAT_1 \cup \ldots \cup AAT_n}$. Будем использовать и сегменты с аббревиатурой $\boldsymbol{AAT_{i,j}}$.

Определим множество связей сегментов

$$\boldsymbol{RRT = \{rrt_{\alpha,\beta} \mid \alpha = aat_{\alpha 1},\ \beta = aat_{\alpha 2}\},\ \alpha 1 = \beta(vvt_1,\ mmt_1,\ rrt_1,\ d_1),}$$
$$\boldsymbol{\alpha 2 = \beta(vvt_2,\ mmt_2,\ rrt_2,\ d_2)\}.} \qquad (6)$$

Таким образом, получаем: $\boldsymbol{Ret\ (rrt_{a1,\,a2},\ a_1,\ a_2),\ Agt\ (rr_{a1,\,a2}) = r_1 - r_2}$.

Это завершает полное построение универсума $\boldsymbol{YT\ (3)}$.

3. Основные доказанные положения

Утверждение 1. [6] Любая *тмм* вида ***(1)***, имеющая не более $\boldsymbol{n}$ сегментов и связей сегментов может быть изоморфно вложена в универсум $\boldsymbol{YT\ (3)}$.

Доказательство следует из генерации универсума $\boldsymbol{YT\ (3)}$ по ранее построенным конструкциям ***(4), (5)*** и ***(6)***.

Пусть даны вложения *тмм*

$$\xi_1 : \boldsymbol{ST_1 \to YT},\ \xi_2 : \boldsymbol{ST_2 \to YT},\ \ldots,\ \xi_m : \boldsymbol{ST_m \to YT},$$

которые являются эквивалентными отображения, реализация которых возможна по ***утверждению 1,*** причем образы каких-то сегментов эталонов $\boldsymbol{ST_1,\ ST_2,\ \ldots,\ ST_m}$ принадлежат множествам сегментов ***0***-го ранга $\boldsymbol{AAT_0}$, таким образом

$$\xi_1\,\boldsymbol{(ST_1) \cap AAT_0} \neq \emptyset,\ \xi_2\,\boldsymbol{(ST_2) \cap AAT_0} \neq \emptyset,\ \ldots,\ \xi_m\,\boldsymbol{(ST_m) \cap AAT_0} \neq \emptyset \qquad (7)$$

Предположим, что множество сегментов кадра панорамной съемки автодорожной лаборатории $\boldsymbol{PT\ (3)}$ имеет форму $\boldsymbol{AAT = \{at_1, at_2, \ldots, at_w\}}$ и $\boldsymbol{\Psi_1 : PT \to YT,\ \Psi_2 : PT \to YT,\ \ldots,\ \Psi_w : PT \to YT}$, эквивалентные инъекции, где сегменты $\boldsymbol{at_1,\ at_2,\ \ldots,\ at_w}$ вкладываются в множество сегментов ***0***-го ранга $\boldsymbol{AAT_0}$, таким образом

$$\boldsymbol{\Psi_1(at_1) \in AAT_0,\ \Psi_2(at_2) \in AAT_0,\ \ldots,\ \Psi_w(at_w) \in AAT_0} \qquad (8)$$

Введем множества $\sum T$ частичных инъективных отображений

$$\boldsymbol{\textstyle\sum T = \{\xi_m \mid \xi_m : ST_i \to PT,\ \xi_{m0} : ST_i \to YT,\ (\Psi_j)^{-1} : YT \to PT\}} \qquad (9)$$

Утверждение 2. [7] Пусть $\boldsymbol{\Theta}$ эквивалентное отображение эталона $\boldsymbol{ST_i}$ в изображение ***PT (1)***. Тогда в совокупности $\sum T$ ***(9)*** существует отображение ξ_m такое, что для любого сегмента $\boldsymbol{at \in ST_i}$ выполнено

$\boldsymbol{\xi_m\ (at) = \Psi_j\ (at)}$. Что означает: *все* эквивалентные отображения эталонов $\boldsymbol{ST_i}$ в изображение ***PT (1)*** представлены в совокупности $\boldsymbol{\sum T}$.

Доказательство будем вести в предположении, что любой сегмент может быть единственным образом изоморфно вложен в $\boldsymbol{AAT_0}$. Пусть $\xi_{m0} : \boldsymbol{ST_i \rightarrow YT}$ изоморфное вложение, существование которого обеспечивает ***утверждение 1***, причем сегмент $\boldsymbol{at} \in \boldsymbol{ST_i}$ такой, что $\boldsymbol{\Psi_j\ (at) = b}$ и $\boldsymbol{b} \in \boldsymbol{AAT_0}$. Пусть $\boldsymbol{\Psi_j\ (at) = c}$, где $\boldsymbol{c} \in \boldsymbol{PT\ (1)}$.

Пусть построенная по конструкциям ***(7)*** и ***(8)*** эквивалентная инъекция $\xi_j : \boldsymbol{PT \rightarrow YT}$ такая, что $\xi_j\boldsymbol{(c) = b}$. В этом случае суперпозиция $\xi_{m0} : \boldsymbol{ST_i \rightarrow YT}, \boldsymbol{(\Psi_j)^{-1} : YT \rightarrow PT}$ аналогична эпиморфизму ξ_j по построению схематического плана ***YT*** по конструкциям ***(4–6)***. Что и требовалось доказать.

Неопределенную полностью функцию ξ_m образования $\sum \boldsymbol{T}$ определим, как отображение $\boldsymbol{ST_i}$ в кадр панорамной съемки автодорожной лаборатории ***PT (1) с возможной деформацией***, если ξ_m на базисе $\boldsymbol{BBT_i}$ является ***изоморфным вложением***.

В силу доказанного выше и индукционного формирования $\sum \boldsymbol{T}$ получаем

Теорема 1. Пусть ξ неопределенный полностью гомоморфизм $\boldsymbol{ST_i}$ в кадр панорамной съемки автодорожной лаборатории ***PT (1)*** с возможной деформацией. В этом случае для $\sum \boldsymbol{T}$ существует отображение ξ такое, что для любого сегмента $\boldsymbol{at} \in \boldsymbol{ST_i}$ выполнено $\xi_m\ \boldsymbol{(at) = \Psi_j\ (at)}$. В этом случае *все* частичные вложения эталонов $\boldsymbol{ST_i}$ в кадр панорамной съемки автодорожной лаборатории ***PT (1)*** с допустимым искажением представлены в совокупности $\sum \boldsymbol{T}$.

Из построений и доказательства ***утверждения 2***, и формулировок ***теоремы 1*** следует

Утверждение 3. [6] Сложность поиска эталонов первого плана имеет верхнюю границу сложности не превышающую $\boldsymbol{O(w^2 + t * w + m)}$, где $\boldsymbol{w}$ — количество сегментов ($\boldsymbol{t}$ — количество связей сегментов) изображения ***PT (1)***, $\boldsymbol{m}$ — количество эталонов.

Полученные результаты можно определить следующей формулой, задающей границу объема вычислений

$$\boldsymbol{O(2 * n^2 + m).} \tag{10}$$

Теорема 2. Граница объема вычислений алгоритма при возникновении отклонений (помех) не более $\boldsymbol{O(2*w^2 + t * w + m)}$, где все параметры соответствуют предыдущему утверждению.

Доказательство аналогично предыдущему при учете вложения всего множества сегментов базиса.

Полученные результаты можно определить следующей формулой, задающей границу объема вычислений при наличии изменений кадра панорамной съемки автодорожной лаборатории

$$\boldsymbol{O(2 * n^3 + m).} \tag{11}$$

Перейдем к вопросу оценки сложности поиска в кадре панорамной съемки автодорожной лаборатории ***PT (1)*** эталонов более дальних планов.

Положим $\sum = \sum_1 \cup \sum_2$, где $\sum_1 = \{\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_h\}$ — все эпиморфные морфизмы, а

$\sum_2 = \{\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_r\}$ — частичные эпиморфные морфизмы.

Пусть задано $\chi = PT \rightarrow YT$ и композиции частичных морфизмов $\{\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_r\}$ и выше заданного функционала χ расширены до полных копий совокупности сегментов $AAT_0, AAT_1, \ldots, AAT_n$ из ранее определенных $ST_1, ST_2, \ldots, ST_m$. Будем считать, что частичный морфизм $\Theta_i : ST_1 \rightarrow PT$ и $AAT_j = \{at_1, at_2, \ldots, at_w\}$ эталон суперпозиции Θ_i и χ. Тогда $AAT_j = AAT_{j1} \cup AAT_{j2}$, где $AAT_{j2} = \{bt_1, bt_2, \ldots, bt_l\}$ сегменты не имеющие прообразов.

Утверждение 4. [6] Объем вычислений определения элементов не **1**-ых планов с точностью до некоторой константы сопоставим с $O(n + \Psi * n * m)$, где Ψ — константа, определенная выше, аналогично, параметры n и m также строго заданы ранее.

Доказательство. Объем вычислений алгоритма создания $AAT_{j2} = \{bt_1, bt_2, \ldots, bt_l\}$ линейно зависит от параметра n. Объединенная мощность всех элементов $AAT_{j2} = \{bt_1, bt_2, \ldots, bt_l\}$ линейно зависит от произведения $n * m$.

Пусть Ψ — постоянная, определяющая объем алгоритма определения нахождения элементов

$AAT_{j2} = \{bt_1, bt_2, \ldots, bt_l\}$ в составе отображений эталонов, то $O(n + \Psi * n * m)$ верхняя граница сложности и утверждение доказано.

Теорема 3. Объем вычислений определения элементов не **1**-ых планов с изменениями сопоставим с точностью до некоторой константы с $O(3*n + \Psi * n * m)$, где Ψ — константа, заданная выше, аналогично, параметры n и m также строго заданы ранее.

Доказательство следует из ***утверждения 4*** и объема вычислений определения отождествления (вложения) элементов базиса, число которых не превышает n.

Утверждение 4 и ***теорема 3*** решают в целом проблему оценки объема вычислений определения отождествления (вложения) в анализируемом кадре панорамной съемки автодорожной лаборатории элементов не **1**-ых планов, если учитывать, что при переходе к произвольному плану, объединение совокупностей $AAT_{j2} = \{bt_1, bt_2, \ldots, bt_l\}$ не увеличивается, что и отражает

Утверждение 5. [6] Объем вычислений определения элементов не **1**-ых планов не более

$$O(2 * n^2 + m + n + (\Psi * n * m) * n) \qquad (11)$$

где Ψ — константа, заданная выше, аналогично, параметры n и m также строго заданы ранее.

Доказательство. Формула $\boldsymbol{O(2 * n^2 + m)}$ следует из ***утверждения 1***.

Формула $\boldsymbol{O(n)}$ следует из ***утверждения 3***.

Формула $\boldsymbol{O((\Psi * n * m) * n)}$ определяется объемом вычислений для проверок нахождения элементов $\boldsymbol{AAT_{j2} = \{bt_1, bt_2, \dots, bt_l\}}$ в $\sum = \sum_1 \cup \sum_2 \cup \dots \cup \sum_i$ (***утверждение 3***).

Сумма трех полученных формул доказывает данное утверждение. //------------------

Теорема 4. Объем вычислений определения элементов с изменениями не **1-**ых планов не более

$$\boldsymbol{O(2 * n^3 + m + n + (\Psi * n * m) * n),} \qquad \textbf{(12)}$$

где $\boldsymbol{\Psi}$ — константа, заданная выше, аналогично, параметры $\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{m}$ также строго определены ранее.

Доказательство следует из ***утверждения 5*** и объема вычислений определения отождествления (вложения) элементов базиса, число которых не превышает $\boldsymbol{n}$.

Заключение

1. Следует отметить, что повышение алгоритмической сложности линейное (в сравнении со статьей [6]), но оно может быть скомпенсировано ускорением переборов, например, методами, рассмотренными в статье [9], где приведены примеры эффективного решения ***NP***-трудных задач [10–12].

2. Оценки объема вычислений, полученные в теореме 4, показывают, что программное обеспечение, разработанное на основе предложенного подхода, способно с достаточной скоростью решать задачу анализа видеорядов передвижных дорожных лабораторий.

Список использованной литературы

1. Николенко С. Глубокое обучение / С. Николенко, А. Кадурин, Е. Архангельская. — Санкт-Петербург : Питер, 2018. — 480 с.

2. Big Data. Related Technologies, Challenges, and Future Prospects / Min Chen, Shiwen Mao, Yin Zhang, Victor C.M. Leung. — Spinger, 2014. — 100 p. — DOI 10.1007/978-3-319-06245-7.

3. Мартьянов В.И. Комбинаторные задачи высокой сложности и анализ плоских контурных изображений / В.И. Мартьянов, М.Д. Каташевцев. — EDN RPBJMZ // Известия Иркутского государственного университета. Серия: Математика. — 2013. — Т. 6, № 4. — С. 31–47.

4. Каташевцев М.Д. Анализ плоских контурных изображений с метрикой / М.Д. Каташевцев. — EDN SMPAXB // Известия Иркутского государственного университета. Серия: Математика. — 2014. — Т. 9. — С. 39–48.

5. Мартьянов В.И. Масштабные ряды плоских контурных изображений и их применение / В.И. Мартьянов, М.Д. Каташевцев. — DOI 10.21285/1814-3520-2016-5-73-79. — EDN VXPDZR // Вестник Иркутского государственного технического университета. — 2016. — № 5 (82). — С. 73–79.

6. Мартьянов В.И. Анализ плоских контурных изображений, представляющих объекты с наложениями / В.И. Мартьянов, М.Д. Каташевцев. — DOI 10.21285/1814-3520-2017-1-63-71. — EDN XTBRJF // Вестник Иркутского государственного технического университета. — 2017. — Т. 21, № 1 (120). — С. 61–73.

7. Мальцев А.И. Алгебраические системы / А.И. Мальцев. — Москва : Наука. 1967. — 324 с.

8. Кокорин А.И. Вопросы разрешимости расширенных теорий / А.И. Кокорин, А.Г. Пинус // Успехи математических наук. — 1978. — Т. 33, вып. 2. — С. 49–84.

9. Обзор приложений логико-эвристических методов решения комбинаторных задач высокой сложности / В.И. Мартьянов, В.В. Архипов, М.Д. Каташевцев, Д.В. Пахомов. — EDN NRBKXP // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. — 2010. — № 4 (28). — С. 61–67.

10. Van Hentenrick P. Constraint Satisfaction in Logic Programming / P. Van Hentenrick. — Cambrige : The MIT Press, 1989. — 365 p.

11. Лорьер Ж.-Л. Системы искусственного интеллекта / Ж.-Л. Лорьер. — Москва : Мир, 1991. — 568 с.

12. Гери М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гери, Д. Джонсон. — Москва : Мир, 1982. — 416 с.

References

1. Nikolenko S., Kadurin A., Arkhangel'skaya E. *Deep learning.* Saint Petersburg, Piter Publ., 2018. 480 p.

2. Min Chen, Shiwen Mao, Yin Zhang, Victor C.M. Leung. Big Data. *Related Technologies, Challenges, and Future Prospects*. Spinger, 2014. 100 p. DOI: 10.1007/978-3-319-06245-7.

3. Martyanov V.I., Katashevtsev M.D. Combinatorial Problems of High Complexity and Analyse of Sketch Images. Izvestiya Irkutskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Matematika = *The Bulletin of Irkutsk State University. Series: Mathematics,* 2013, vol. 6, no. 4, pp. 31–47. (In Russian). EDN: RPBJMZ.

4. Katashevtsev M.D. Analyse of Sketch Images with Metrics. Izvestiya Irkutskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Matematika = *The Bulletin of Irkutsk State University. Series: Mathematics,* 2014, vol. 9, pp. 39–48. (In Russian). EDN: SMPAXB.

5. Martyanov V.I., Katashevtsev M.D. Scaling Series of Sketch Images and Their Applications. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta = Proceedings of Irkutsk State Technical University,* 2016, no. 5, pp. 73–79. (In Russian). EDN: VXPDZR. DOI: 10.21285/1814-3520-2016-5-73-79.

6. Martyanov V.I., Katashevtsev M.D. Analysis of Flat Sketches Represented by Overlapped Objects. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta = Proceedings of Irkutsk State Technical University,* 2017, vol. 21, no. 1, pp. 61–73. (In Russian). EDN: XTBRJF. DOI: 10.21285/1814-3520-2017-1-63-71.

7. Maltsev A.I. *Algebraic Systems.* Moscow, Nauka Publ., 1967. 324 p.

8. Kokorin A.I., Pinus A.G. Problems of decidability of extended theories. *Uspekhi matematicheskikh nauk = Advances in Mathematical Sciences,* 1978, vol. 33, iss. 2, pp. 49–84. (In Russian).

9. Martyanov V.I., Arkhipov V.V., Katashevtsev M.D., Pakhomov D.V. Logic-Heuristic Methods for Solving Combinatorial Problems of High Complexity Applications Preview. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie = Modern Technologies. System Analysis. Modeling,* 2010, no. 4, pp. 61–67. (In Russian). EDN: NRBKXP.

10. Van Hentenrick P. *Constraint Satisfaction in Logic Programming*. Cambrige, The MIT Press, 1989. 365 p.

11. Lauriere J.-L. *Intelligence Artificielle. Resolution de problemes par l'Homme et la machine.* Paris, Editions Eyrolles, 1987. 473 p. (Russ. ed.: Lauriere J.-L. *Artificial Intelligence. Troubleshooting by Man and Machine.* Moscow, Mir Publ., 1991. 568 p.).

12. Garey M.R., Johnson Д.S. *Computers and Intractability*. San Fransisco, 1979. 338 p. (Russ. ed.: Garey M.R., Johnson Д.S. *Computers and Intractability.* Moscow, Mir Publ., 1982. 416 p.).

Информация об авторах

Мартьянов Владимир Иванович — доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, Байкальский государственный университет; профессор, Иркутский национальный исследовательский технический университет; профессор, Иркутский государственный университет, г. Иркутск, Российская Федерация, e-mail: MartVlIv@mail.ru.

Блудов Василий Васильевич — доктор физико-математических наук, профессор, старший научный сотрудник, Байкальский государственный университет, г. Иркутск, Российская Федерация, e-mail: 89642775758@yandex.ru.

Information about the Authors

Vladimir I. Martyanov — Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Baikal State University; Professor, Irkutsk State Technical University; Professor, Irkutsk State University, Irkutsk, Russian Federation, e-mail: martvliv@mail.ru.

Vasily V. Bludov — Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Senior Researcher, Baikal State University, Irkutsk, Russian Federation, e-mail: 89642775758@yandex.ru.

Вклад авторов

Все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Contribution of the Authors

The authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Для цитирования

Мартьянов В.И. Оценки сложности алгоритмов анализа видеорядов дорожных лабораторий / В.И. Мартьянов, В.В. Блудов. — DOI 10.17150/2713-1734.2023.5(2).131-141. — EDN VVYIDO // System Analysis & Mathematical Modeling. — 2023. — Т. 5, № 2. — С. 131–141.

For Citation

Martyanov V.I., Bludov V.V. Estimates of the Complexity of Algorithms for Analyzing Video Sequences of Road Laboratories. *System Analysis & Mathematical Modeling*, 2023, vol. 5, no. 2, pp. 131–141. (In Russian). EDN: VVYIDO. DOI: 10.17150/2713-1734.2023.5(2).131-141.