

УДК 62.523

Т.И. Ведерникова

*Байкальский государственный университет,
г. Иркутск, Российская Федерация*

А.А. Вронский

*Байкальский государственный университет,
г. Иркутск, Российская Федерация*

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССА ГОРЕНИЯ УГОЛЬНОЙ ПЫЛИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ ФАКЕЛА ПЫЛЕУГОЛЬНОГО КОТЛА

Аннотация. В статье выполнен обзор существующих моделей турбулентности. Рассмотрены схема горения пылеугольного топлива, устройство пылеугольного котельного агрегата и процесс сжигания угля в топке котельного агрегата БКЗ-420-140. Проведен анализ существующих моделей турбулентности и выбрана наиболее оптимальная математическая модель для исследования процесса горения пылеугольного топлива с целью повышения КПД ТЭЦ.

Ключевые слова. Математическая модель, модели турбулентности, пылеугольный котел, уголь, горение.

Информация о статье. Дата поступления: 25 мая 2021 г.

T.I. Vedernikova

*Baikal State University,
Irkutsk, Russian Federation*

A.A. Vronskiy

*Baikal State University,
Irkutsk, Russian Federation*

COMPARATIVE ANALYSIS OF MODELS OF THE COMBUSTION PROCESS OF COAL DUST IN A TURBULENT FLOW OF A TORCH OF A CHARCOAL BOILER

Abstract. This article provides an overview of existing turbulence models. The scheme of combustion of pulverized coal fuel, the construction of a pulverized coal boiler unit and the process of burning coal in the furnace of a boiler unit BKZ-420-140 are considered. We analyzed the existing turbulence models and selected the most optimal mathematical model to study the combustion process of pulverized coal fuel in order to increase the efficiency of the CHPP.

Keywords. Mathematical model, turbulence model, coal-fired boiler, coal, combustion.

Article info. Received 25 May 2021.

Производство электрической энергии в РФ осуществляется преимущественно на тепловых станциях, основное топливо которых — горючие ископаемые. Энергоустановками тепловых станций являются энергетические пылеугольные котельные агрегаты, где пылеугольная смесь сгорая отдает тепло экранным поверхно-

стям котельного агрегата. Постоянно растущая потребность в электрической энергии в промышленности и бытовой сфере подталкивает производителей к поиску решений, направленных на повышение эффективности технологических процессов. Помимо этого, существующие тепловые станции часто не могут осуществлять замену устаревшего энергооборудования. Поэтому математическое моделирование горения в топочной камере энергетического пылеугольного котельного агрегата приобретает все большую актуальность. Изучение процесса горения пылеугольного топлива, аэродинамики горения, построение и использование адекватных математических моделей является одной из основных задач оптимизации работы тепловых электрических станций.

Статья посвящена описанию существующих математических моделей турбулентного движения газа и жидкости с целью поиска наиболее подходящей для моделирования горения пылеугольного топлива и его аэродинамики в энергетических пылеугольных котельных агрегатах.

Горение угольной пыли в топочной камере

Горение частицы топлива в топочной камере является сложным физико-химическим процессом и представляет собой преобразование внутренней энергии частицы угольного топлива в тепло. Важным элементом реакции горения является кислород, который оказывает ключевое влияние на параметры горения топлива [1].

Топочная камера пылеугольного котла (рис. 1) оборудована вихревыми пылеугольными горелками, расположенными на фронтальных стенках топочной камеры в 1 или 2 яруса. В зависимости от производительности котла их количество различается. Именно в них начинается турбулизация потока воздуха. Основной факел пламени образуется в топке пылеугольного котла.

Технологическая схема сжигания пылеугольного топлива включает несколько этапов [2]:

- подготовка (очистка от мусора и инородных включений, сушка для повышения контакта взаимодействия частиц угольной пыли и окислителя, измельчение в мельницах до мелкодисперсной пыли);
- подача (угольную пыль подают с горячим воздухом вихревыми горелками в топочную камеру котельного агрегата);
- горение частиц угольной пыли в турбулентном потоке воздуха — факеле.

Процесс горения частиц топлива в топочной камере разделяют на следующие стадии:

- нагрев частицы до момента выхода и воспламенения летучих;
- горение летучих веществ около частицы;
- горение коксового остатка: углерода и золы.

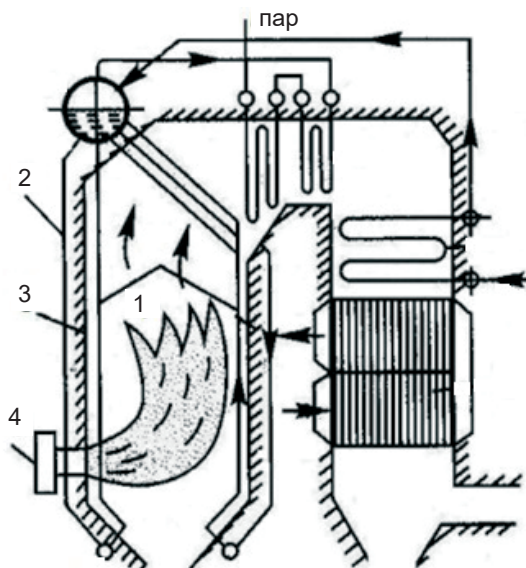


Рис. 1. Упрощенная схема топочной камеры
(1 — огненный факел котла; 2 — стенки топочной камеры;
3 — экранные поверхности; 4 — горелки)

Стадия горения коксового остатка занимает 90 % от времени горения частицы. Различный химический состав угольного топлива и связанные с этим различия горения не позволяют создать универсальную математическую модель. Именно по причине различия химического состава котельное оборудование проектируется индивидуально под преимущественно сжигаемый вид топлива. Аэродинамика является одним из факторов, определяющих эффективность теплообмена в топочной камере, поэтому конструкция пылеугольного котельного агрегата проектируется с учетом внутренней аэродинамики котла. Последнее определяет актуальность решения задачи поиска или создания специализированных математических моделей горения пылеугольного топлива, его аэродинамического поведения в топке котла на основе существующих экспериментальных данных.

Практически все технические приложения сталкиваются с вопросами турбулентности и требуют построения математической модели¹.

Математические модели турбулентных потоков газа и жидкости

П. Брэдшоу [3] описывает турбулентность, как трехмерное нестационарное движение, в котором вследствие растяжения вихрей

¹ Turbulence modeling. URL: https://www.cfd-online.com/Wiki/Turbulence_modeling.

создается непрерывное распределение пульсаций скорости в интервале длин волн от минимальных, определяемых вязкими силами, до максимальных, определяемых граничными условиями течения.

Основным уравнением для движения жидкости (модели движения жидкости хорошо применимы для газа) является уравнение Навье-Стокса в сочетании с уравнением неразрывности, учитывающим изменение скорости жидкости и газа по времени. Жидкость и газ представляют собой сплошную текучую изотропную ньютоновскую среду с непрерывным распределением массы и других физических величин [4]. Уравнения применимы как для идеальной, так и для реальной жидкости.

Численное решение уравнений Навье — Стокса представляет большие трудности, что обусловлено нелинейностью исходных уравнений, наличием областей больших градиентов и другими особенностями, возникающими при определенных параметрах и режимах газодинамических течений. Создание специальных численных методов решения данных уравнений при решении «глубинных» инженерных задач, без существенного изменения рассматриваемой техники, как никогда актуальна. Несмотря на то, что к настоящему времени разработано много численных алгоритмов и специальных комплексов программ, проблема создания и применения эффективных численных методов и алгоритмов остается актуальной [5].

На сегодняшний день в вычислительной газогидродинамике выделяют 5 основных видов моделей (рис. 2)²:

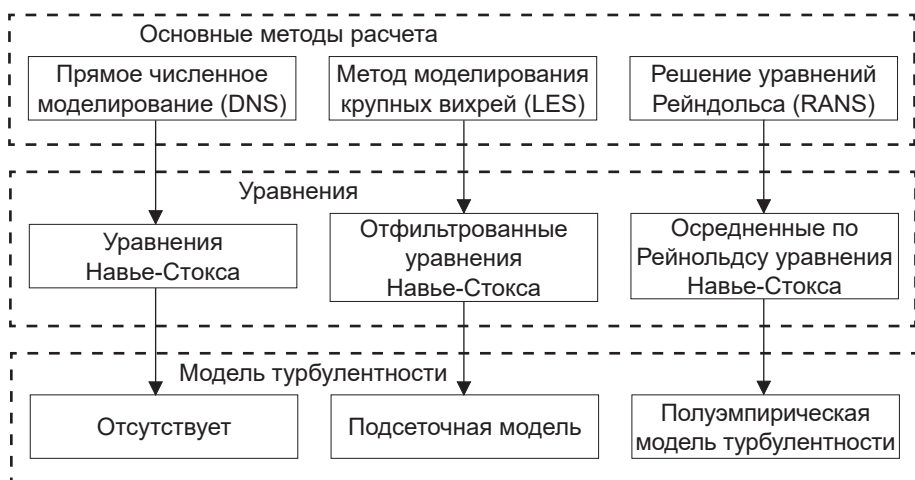


Рис. 2. Общая схема расчета моделей турбулентности

² Turbulence modeling. URL: https://www.cfd-online.com/Wiki/Turbulence_modeling.

– модели турбулентности (RANS — Reynolds-Averaged Navier-Stokes), предназначенные для вычисления напряжений Рейнольдса;

- модели больших вихрей (LES — Large Eddy Simulation);
- модели отдельных вихрей (DES — Detached Eddy Simulation);
- численные модели (DNS — Direct Numerical Simulation);
- модели турбулентности у стенки.

RANS модели турбулентности

Одной из самых распространенных и сложных моделей турбулентности являются RANS модели турбулентности, использование которых позволяет достичь устойчивых итерационных процессов для многих течений потока. Данные модели позволяют вычислять напряжения Рейнольдса, что может быть выполнено с помощью трех основных видов моделей: модели линейной вихревой вязкости (LEVN) [6], нелинейные модели вихревой вязкости (NLEVM) и модели напряжений Рейнольдса (RSM).

Модели линейной вихревой вязкости

Особенность моделей основана на понятии скалярной турбулентной вязкости и гипотезы Буссинеска о линейной связи тензора рейнольдсовых напряжений и тензора скоростей деформаций осредненного движения. В качестве универсального подхода для замыкания модели турбулентности используют уравнение переноса для скорости диссипации кинетической энергии турбулентности ε^3 .

Наиболее распространенной моделью является $(k - \varepsilon)$, которая формулируется на основе предположения Буссинеска, где тензор рейнольдсовых напряжений выглядит как:

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k. \quad (1)$$

Для связи кинематического коэффициента турбулентной вязкости с осредненными параметрами модели используют соотношение, выражающее гипотезу Колмогорова-Прандтля:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon},$$

где k — кинетическая энергия турбулентности, ε — скорость диссипации, C_μ — безразмерная эмпирическая константа [7].

Включение $\frac{2}{3} \delta_{ij} k$ (где δ_{ij} — символ Кронекера) в линейном определяющем соотношении требуется для целей тензорной алгебры при решении моделей турбулентности с двумя уравнениями

³ Turbulence modeling. URL: https://www.cfd-online.com/Wiki/Turbulence_modeling.

(или любой другой модели турбулентности, которая решает уравнение переноса для k). Чтобы замкнуть турбулентность, необходимо выявить связь между напряжениями по Рейнольдсу и параметрами осредненного течения. $(k - \varepsilon)$ -модель (как и другие высокорейнольдсовые модели) дает хорошие результаты для струйных и других свободных течений, однако плохо работает вблизи стенок, поскольку здесь локальное турбулентное число Рейнольдса Re_t мало.

Нелинейные модели вихревой вязкости

Нелинейные модели используют явные алгебраические связи между тензором рейнольдсовых напряжений, тензором скоростей деформаций и составляющими осредненных тензоров вращения. Нелинейные $(k - \varepsilon)$ -модели имеют обобщенную напряженно-деформированную формулу [8]:

$$-\overline{c\langle u_i u_j \rangle} = 2m_t F_{ni}(S_{ni}, \Omega_{ni}, \dots), \quad (2)$$

где F_{ni} — нелинейная функция, вероятно зависящая от полей средней деформации и завихренности или даже от другой переменной турбулентности; m_t — коэффициент вихревой (турбулентной) вязкости; $S_{ni} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \right] - \frac{1}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij}$ — средняя скорость деформации; $\Omega_{ni} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right]$ — средняя завихренность.

Определение коэффициентов перед соответствующими тензорными группами в данной модели определяются эмпирически [9].

Модели напряжений Рейнольдса

Турбулентности класса RSM (Reynolds Stress Modeling) описывают сложные течения потока, где влияние на сам поток оказывают все компоненты тензора напряжений Рейнольдса⁴ [10; 11].

Модель напряжений Рейнольдса включает расчет индивидуальных напряжений Рейнольдса $\overline{c u_i u_j}$ с использованием дифференциальных уравнений переноса. В последствии отдельные напряжения Рейнольдса используются для замыкания уравнений импульса, усредненного по Рейнольдсу. Точные уравнения переноса напряжений Рейнольдса $\overline{u_i u_j}$ можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{c u_i u_j}) + \frac{\partial}{\partial t} (\overline{c u_k u_i u_j}) = - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{c u_i u_j u_k} + \overline{c (d_{kj} u_i + d_{ik} u_j)} \right] +$$

⁴ Turbulence modeling. URL: https://www.cfd-online.com/Wiki/Turbulence_modeling.

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial}{\partial t} (\overline{c u_i u_j}) + \frac{\partial}{\partial t} (\overline{c u_k u_i u_j}) = - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{c u_i u_j u_k} + \overline{c (\partial_{kj} u_i + \partial_{ik} u_j)} \right] + \\
& + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{m \frac{\partial}{\partial x_k} (u_i u_j)} \right] - \overline{c \left(u_j u_k \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + u_j u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)} + \\
& + \overline{p \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)} - 2 \overline{m \frac{\partial u_i \partial u_j}{\partial x_k \partial x_k}} - 2 \overline{c \Omega_k (u_j u_m \epsilon_{ikm} + u_i u_m \epsilon_{jkm})},
\end{aligned} \quad (3)$$

где $\overline{c \left(u_j u_k \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + u_j u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)}$ — генерация напряжений Рейнольдса (характеризует перенос энергии от осредненного течения к пульсационному); $\overline{p \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}$ — корреляция пульсаций давления со скоростями деформаций; $\overline{c u_i u_j u_k} + \overline{c (\partial_{kj} u_i + \partial_{ik} u_j)}$ и $\frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{m \frac{\partial}{\partial x_k} (u_i u_j)} \right]$ — турбулентная и молекулярная диффузия перемешивания посредством взаимодействия пульсаций скорости и турбулентной диффузией давления посредством корреляций давления и скорости; $2 \overline{m \frac{\partial u_i \partial u_j}{\partial x_k \partial x_k}}$ — диссипация; $2 \overline{c \Omega_k (u_j u_m \epsilon_{ikm} + u_i u_m \epsilon_{jkm})}$ — результат вращения системы.

Точность модели напряжений Рейнольдса зависит от точности моделей турбулентного переноса, корреляции давления и деформации диссипативных членов. Уравнение (3) является не замкнутым,

так как известны не все величины: $\overline{p \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}$, $2 \overline{m \frac{\partial u_i \partial u_j}{\partial x_k \partial x_k}}$, $\overline{u_i u_j u_k}$.

Для замыкания (3) необходимо вышеуказанные члены соответствующим образом моделировать, используя эмпирические данные или иные соображения, иногда эвристического характера.

Модели больших вихрей

Предположение о независимости статистических параметров крупномасштабных турбулентных движений от молекулярной массы является подтверждением основы вихреразрешающего моделирования при больших числах Рейнольдса. На основании этой гипотезы возможно построение численной модели, которая описывала бы нестационарную динамику только относительно крупных вихрей, без учета маленьких вихрей, влияние которых на общую турбулизацию потока практически равно 0⁵.

⁵ Вихреразрешающее моделирование // МГУ имени М.В. Ломоносова. НИВЦ. URL: <http://geophys.srcc.msu.ru/direct2.htm>.

Для того, чтобы исключить мелкомасштабные пульсации, на этапе постановки задачи вводится оператор фильтрации по пространству, подавляющий преимущественно высокочастотную составляющую турбулентного потока. Необходимо учитывать тот факт, что система уравнений незамкнута, так как она имеет члены, описывающие нелинейные взаимодействия больших вихрей с высокочастотной турбулентностью.

Параметризация таких взаимодействий, то есть их вычисление на основе известной информации о сглаженных флуктуациях скорости (температуры, влажности и т.д.) является центральной проблемой вихреразрешающего моделирования. Такие параметризации принято называть «подсеточными» моделями или «подсеточными» турбулентными замыканиями. Универсальный подход к построению замыканий для вихреразрешающих моделей пока не найден⁶.

Модели отдельных вихрей

Моделирование отдельных вихрей DES (Detached Eddy Simulation) [6] — это новый подход к моделированию отрывных течений. Данный метод принято считать гибридным в силу того, что он объединяет сильные стороны RANS и LES моделей воедино. Основная суть метода заключается в том, что пристеночные области обрабатываются способом подобным RANS, а остальные части потока способом подобным LES. Модель изначально сформулирована путем замены функции расстояния d в модели Спаларта-Аллармаса (S-A) модифицированной функцией расстояния⁷:

$$\tilde{d} = \min[d, C_{DES}\Delta], \quad (3)$$

где C_{DES} — константа модели DES и Δ — наибольший размер рассматриваемой ячейки сетки, который определяется как максимальный из трех ее шагов: $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ в рассматриваемой точке потока.

С помощью данного метода можно с высокой степенью точности рассчитать сложные отрывные течения там, где численное моделирование в рамках LES невозможно из-за ограниченных возможностей ЭВМ.

Численные модели

Главное преимущество численного моделирования (DNS) в сравнении, с осредненными по Рейнольдсу моделями RANS состоит в том, что интегрируются непосредственно уравнения Навье-Стокса без привлечения каких-либо полуэмпирических моде-

⁶ Вихреразрешающее моделирование // МГУ им. М.В. Ломоносова. НИИЦ. URL: <http://geophys.srcc.msu.ru/direct2.htm>.

⁷ Detached eddy simulation (DES). URL: [https://www.cfd-online.com/Wiki/Detached_eddy_simulation_\(DES\)](https://www.cfd-online.com/Wiki/Detached_eddy_simulation_(DES)).

лей турбулентности с обязательным набором параметров, обычно требующих адаптации. Единственным «параметром» численной схемы DNS, определяющим точность моделирования, является расчетная сетка. В DNS все вихри, характеризующиеся спектром волновых чисел (от вихрей размером порядка h из энергетического интервала до диссипативных вихрей Колмогоровского масштаба $\lambda \sim hRe^{-3/4}$), должны быть вычислены (разрешены) на используемой сетке. Элементарная оценка количества ячеек такой сетки $N > (h/\lambda)^3 \sim Re^{9/4}$ показывает, что на современном уровне развития вычислительной техники многовариантные расчеты турбулентных течений практически невозможны уже при $Re > 10^4$ [12].

Однако применение DNS к расчету реальных течений требует огромных вычислительных ресурсов, что объясняется исключительно широким спектром пространственно-временных масштабов турбулентности, требующих точного разрешения в рамках данного подхода при высоких числах Рейнольдса, характерных для большинства таких течений. [13].

Модели турбулентности у стенки

Моделирование турбулентности у стенки (Turbulence near-wall modeling, Моделирование пограничных слоев — ТПС) основывается на экспериментальных данных [14; 15]. Рассматривая ТПС выделяют 5 подобластей: 1) вязкий подслой, 2) переходная зона, 3) область закона следа, 4) область перемежаемости, 5) область логарифмического профиля скорости.

Области 1, 2 и 5 объединяют в одну внутреннюю область пограничного слоя, называемую «область закона стенки», занимающую примерно 15–20 % от общей толщины пограничного слоя. Опытные данные показывают, что в данной области формируется до 80 % энергии турбулентности, при этом около 5 % толщины пограничного слоя дают более 50 % энергии, которая формирует турбулентность.

Логарифмический участок профиля скорости:

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln(y^+) + B \quad (4)$$

и ближе к стенке в вязком подслое:

$$u^+ = y^+, \quad (5)$$

где u^+ — безразмерная скорость, y^+ — безразмерное расстояние от стенки, k — отношение среднего квадратичного пульсационных составляющих компонент скорости потока жидкости к скорости течения (постоянная фон Кармана $\sim 0,41$).

Области 3 и 4 объединяют во внешнюю область ТПС, занимающую 80–85 % от общей толщины пограничного слоя. Внеш-

ная область — это область крупномасштабной турбулентности, обладающей «долгой памятью» по Клаузеру, который в 1956 г. завершил и сформировал представление о структуре пограничного слоя, как о пятислойном образовании. Эффект «долгой памяти» обусловлен затуханием крупномасштабных вихрей во внешнем слое на расстоянии, которое превышает в несколько раз масштаб самой турбулентности, тем самым предположил, что некоторые свойства течения потока внешней области могут зависеть от «предыстории» потока внутренней области [16].

Заключение

Переход на использование новых видов топлива в энергетическом секторе России на данный момент невозможен по ряду причин, связанных как с экономикой страны, так и с неготовностью большинства энергетических предприятий отказываться от дешевого угольного топлива, а также существующего оборудования и технологических процессов, в угоду повышения экологичности и производительности. В связи с этим, задача поиска универсальной математической модели процесса горения пылеугольного топлива в топочных камерах котельных агрегатов актуальна на данный момент и будет актуальна в ближайшем будущем. Развитие существующих технологических процессов на основе результатов полученных математических моделей и создания более сложных, комплексных моделей расчета, станет локальным максимумом на данном этапе развития технологического процесса сжигания пылеугольного топлива.

Рассмотренные в данной статье методы моделирования турбулентности имеют свои плюсы и минусы: преимущество LES перед RANS заключается в относительной однородности и изотропности мелкомасштабной турбулентности, т.к. построение подсеточных моделей проще, чем создание моделей турбулентности RANS. Поэтому в случае конструирования всего диапазона турбулентности задача построения универсальной модели LES является предпочтительней и более обоснованной, чем для аналогичной модели RANS.

Гибридный характер DES обусловлен его функционированием в области присоединенного пограничного слоя в режиме уравнений Рейнольдса, в то время как в области отрыва «области отсоединенных вихрей» переходом в LES. Данный метод аккумулировал лучшие качества обоих подходов: высокую точности и экономичность уравнений Рейнольдса в области присоединенного пограничного слоя и универсальность LES в зоне отрыва потока.

Отличие DES и LES от уравнений Рейнольдса состоит в принципиальном трехмерном нестационарном подходе, который необходим для реализации сетки в пристенной области, совпадающей с сетками, необходимыми для решений уравнений Рейнольдса, т.е.

плотность сеток выше, чем соответствующие сетки, необходимые для разрешения мелких вихрей LES.

Кроме этого, возникают проблемы с выбором расчетной схемы при использовании гибридных методов. Традиционные для RANS противоточные схемы оказываются слишком диссипативными для LES областей, в то время как в RANS центрально-разностные схемы, применяемые в LES, оказываются малоустойчивыми. Поэтому объективно применять гибридные схемы, остающихся противоточными в RANS областях и центрально-разностными в LES.

В отличие от RANS моделей турбулентности, в построении которых используются применение достаточно произвольных допущений и большой объем эмпирической информации, то в случае DNS единственным допущением является способность уравнения Навье-Стокса адекватно описать как ламинарные, так и турбулентные течения. Модели DNS подразумевают необходимость довольно точного решения всех пространственно-временных масштабов турбулентности. Основным минусом данного метода является его ресурсоемкость. Производительность современных ЭВМ пока не позволяет построить даже небольшие DNS-модели в реальные сроки.

Поиск наиболее подходящей модели турбулентности в дополнении с экспериментальными данными позволит получить более детальный анализ аэродинамики процессов горения, а также большой объем информации о локальном и суммарном тепломассобмене, посмотреть иначе на топочные процессы и разработать способы оптимизации существующих технологических процессов. Вихревой перенос является аэродинамической основой всего процесса сжигания. Турбулентное движение несущей газовой фазы описывается осредненными по Фавру определяющими уравнениями, для замыкания которых привлекается $(k - \varepsilon)$ -модель турбулентности.

Разработка нового метода моделирования аэродинамических процессов горения измельченного угольного топлива с последующим тестированием и адаптацией математической модели на задачах расчета горения пылеугольного топлива в турбулентном потоке позволит повысить эффективность работы тепловых электростанций за счет оптимизации конструкции, количества и расположения вихревых горелок, которые выступают турбулизаторами факела топки котла.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабий В.И. Горение угольной пыли и расчет пылеугольного факела / В.И. Бабий, В.Ф. Куваев. — Москва : Энергоатомиздат, 1986. — 208 с.
2. Хабарова М.А. Модель процесса горения твердого топлива в пылеугольном факеле / М.А. Хабарова, М.Р. Кадыров // Нефть и газ — 2018 : сб. трудов 72-й Междунар. молодежной науч. конф., Москва, 23–26 апр. 2018. — Москва, 2018. — С. 306–313.
3. Брэдшоу П. Введение в турбулентность и ее измерение / П. Брэдшоу. — Москва : Мир, 1974. — 278 с.

4. Харитонов В.П. Фундаментальные уравнения механики жидкости и газа / В.П. Харитонов. — Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. — 65 с.
5. Шайдунов В.В. Численное моделирование течений вязкого теплопроводного газа в канале / В.В. Шайдунов, Г.И. Щепановская, М.В. Якубович // Вычислительные технологии. — 2013. — Т. 18, № 4. — С. 77–90.
6. Leschziner M.A. Turbulence modelling and turbulent flow computation in aeronautics / M.A. Leschziner, D. Drikakis. — DOI 10.1017/S0001924000092137// The Aeronautical Journal. — 2002. — Vol. 106, no. 1061. — P. 349–384.
7. Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса / А.Н. Колмогоров. — DOI 10.3367/UfNr.0093.196711h.0476 // Доклады АН СССР — 1967. — Т. 30, № 4. — С. 299–303.
8. Ehrhard J. On a new nonlinear turbulence model for simulating flows around building shaped structures / J. Ehrhard, N. Moussiopoulous. — DOI 10.1016/S0167-6105(00)00026-X // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. — 2000. — Vol. 88, no. 1. — P. 91–99.
9. Современные подходы к моделированию турбулентности : учеб. пособие / А.В. Гарбарук, М.Х. Стрелец, А.К. Травин, М.Л. Шур. — Санкт-Петербург : Изд-во Политехн. ун-та, 2016. — 234 с.
10. Моделирование турбулентных течений с использованием алгебраической модели рейнольдсовых напряжений с универсальными пристеночными функциями / А.С. Козелков, В.В. Курулин, О.Л. Пучкова, С.В. Лашкин // Вычислительная механика сплошных сред. — 2014. — № 7. — С. 40–51.
11. Южаков И.В. Современные методы численного моделирования процессов горения / И.В. Южаков, Е.И. Левин // Конференция молодых ученых–2017. — Екатеринбург, 2017. — С. 20–23. — URL: https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/55318/1/tmuenin_2017_005.pdf.
12. Охотников Д.И. Прямое численное моделирование ламинарнотурбулентного перехода на сетках с локальным сгущением / Д.И. Охотников // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. — 2017. — Т. 159, № 2. — С. 216–230.
13. Spalart P.R. Strategies for turbulence modeling and simulations / P.R. Spalart. — DOI 10.1016/S0142-727X(00)00007-2 // International Journal of Heat and Fluid Flow. — 2000. — Vol. 21, iss. 3. — P. 252–263.
14. Лапин Ю.В. Внутренние течения газовых смесей / Ю.В. Лапин, М.Х. Стрелец. — Москва : Наука, 1989. — 368 с.
15. Алексин В.А. Метод пристеночных условий для исследования течений и теплообмена с высокой интенсивностью турбулентности / В.А. Алексин // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2015. — № 3. — С. 114–133.
16. Лапин Ю.В. Статистическая теория турбулентности (прошлое и настоящее. краткий очерк идей) / Ю.В. Лапин. — URL: https://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/doc/2004_lapin_statisticheskaya-teoriya-turbulentnosti-proshloe-i-nastoyashchee-kratkij-ocherk-idej.pdf.

REFERENCES

1. Babii V.I., Kuvaev V.F. *Combustion of coal dust and calculation of a pulverized coal torch*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1986. 208 p.
2. Khabarova M.A., Kadyrov M.R. Model of the Combustion Process Solid Fuel in Pulverized-Coal Torch. *Oil and gas — 2018. Collected Papers Based on the Materials of the 72nd International Youth Scientific Conference, Moscow, April, 23–26, 2018*. Moscow, 2018, pp. 306–313. (In Russian).

3. Bradshaw P. *Introduction to Turbulence and its Measurement*. New York, Pergamon Press, 1971. 218 p. (In Russ. ed.: Bradshaw P. *Introduction to Turbulence and its Measurement*. Moscow, Mir Publ., 1974. 278 p.).
4. Kharitonov V.P. *Fundamental equations of fluid and gas mechanics*. Moscow, Bauman Moscow State Technical University Publ., 2012. 65 p.
5. Shaidurov V.V., Shchepanovskaya G.I., Yakubovich M.V. Numerical Modeling of Flows of a Viscous Heat-Conducting Gas in a Channel. *Vychislitel'nye tekhnologii = Computational Technologies*, 2013, vol. 18, no. 4, pp. 77–90. (In Russian).
6. Leschziner M.A., Drikakis D. Turbulence Modelling and Turbulent Flow Computation in Aeronautics. *The Aeronautical Journal*. — 2002. — Vol. 106, no. 1061. — P. 349–384. DOI: 10.1017/S0001924000092137
7. Kolmogorov A.N. Local structure of turbulence in an incompressible fluid at very high Reynolds numbers. *Doklady Akademii nauk = Reports of the Academy of Sciences*, 1967, vol. 30, no. 4, pp. 299–303. (In Russian). DOI: 10.3367/UF-Nr.0093.196711h.0476.
8. Ehrhard J., Moussiopoulous N. On a New Nonlinear Turbulence Model for Simulating Flows around Building Shaped Structures. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2000, vol. 88, no. 1, pp. 91–99. DOI: 10.1016/S0167-6105(00)00026-X.
9. Garbaruk A.V., Strelets M.Kh., Travin A.K., Shur M.L. *Modern approaches to turbulence modeling*. Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University Publ., 2016. 234 p.
10. Kozelkov A.S., Kurulin V.V., Puchkova O.L., Lashkin S.V. Simulation of Turbulent Flows Using an Algebraic Reynolds Stress Model with Universal Wall Functions. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred = Computational Continuum Mechanics*, 2014, no. 7, pp. 40–51. (In Russian).
11. Yuzhakov I.V., Levin Y.I. Modern Methods of Numerical Modeling Combustion Processes. *Conference of Young Scientists–2017*. Ekaterinburg, 2017, pp. 20–23. Available at: https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/55318/1/tmuenin_2017_005.pdf. (In Russian).
12. Okhotnikov D.I. Direct Numerical Simulation of Laminar-Turbulent Transition on Grids with Local Refinement. *Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya: Fiziko-matematicheskie nauki = Proceedings of Kazan University. Physical and Mathematical Series*, 2017, vol. 159, no. 2, pp. 216–230. (In Russian).
13. Spalart P.R. Strategies for Turbulence Modeling and Simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2000, vol. 21, iss. 3, pp. 252–263. DOI: 10.1016/S0142-727X(00)00007-2.
14. Lapin Yu.V. *Internal flows of gas mixtures*. Moscow, Nauka Publ., 1989. 368 p.
15. Aleksin V.A. Method of Near-Wall Conditions for Investigating Flows and Heat Transfer at High Turbulence Intensity. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza = Fluid Dynamics*, 2015, no. 3, pp. 114–133. (In Russian).
16. Lapin Yu.V. *Statistical theory of turbulence (past and present. A short outline of ideas)*. Available at: https://cfд.spbstu.ru/agarbaruk/doc/2004_lapin_statisticheskaya-teoriya-turbulentnosti-proshloe-i-nastoyashchee-kratkij-ocherk-idej.pdf.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Ведерникова Татьяна Ивановна — кандидат технических наук, доцент, кафедра математических методов и цифровых технологий, Байкальский государственный университет, г. Иркутск, Российская Федерация, e-mail: VedernikovaTI@bgu.ru.

Вронский Артур Александрович — аспирант, кафедра математических методов и цифровых технологий, Байкальский государственный университет, г. Иркутск, Российская Федерация, e-mail: vronskiy_aa@baikalenergy.com.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Tatyana I. Vedernikova — PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Department of Mathematical Methods and Digital Technologies, Baikal State University, Irkutsk, Russian Federation, e-mail: VedernikovaTI@bgu.ru.

Artur A. Vronskiy — PhD Student, Department of Mathematical Methods and Digital Technologies, Baikal State University, Irkutsk, Russian Federation, e-mail: vronskiy_aa@baikalenergy.com.

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ

Ведерникова Т.И. Сравнительный анализ моделей процесса горения угольной пыли в турбулентном потоке факела пылеугольного котла / Т.И. Ведерникова, А.А. Вронский. — DOI 10.17150/2713-1734.2021.8(3).213-226 // *System Analysis & Mathematical Modeling*. — 2021. — Т. 3, № 3. — С. 213–226.

FOR CITATION

Vedernikova T.I., Vronskiy A.A. Comparative Analysis of Models of the Combustion Process of Coal Dust in a Turbulent Flow of a Torch of a Charcoal Boiler. *System Analysis & Mathematical Modeling*, 2021, vol. 3, no. 3, pp. 213–226. DOI: 10.17150/2713-1734.2021.8(3).213-226. (In Russian).