УДК 004.94: 621.01

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕОДНОРОДНЫХ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ НА ОСНОВЕ ИХ РЕЗУЛЬТАТОВ СКАНИРОВАНИЯ



В.Л. Зыонг

Иркутский национальный исследовательский технический университет г. Иркутск, Российская Федерация E-mail: bright1388@gmail.com

V.L. Zyong

Irkutsk National Research Technical University Irkutsk, Russian Federation E-mail: bright1388@gmail.com

Аннотация. Работа посвящена разработке и применению высокоточных математических моделей, алгоритмов и программ для исследования неоднородности механических характеристик материала и геометрии реальных деформируемых твердых тел на основе их сканирования, а также позволит применять эти данные для повышения точности и реалистичности в конечно-элементной модели при анализе их напряженнодеформированного состояния.

Ключевые слова: деформируемое твердое тело, метод конечных элементов, напряженно-деформированное состояние, компьютерный томограф, сканирование, неоднородность, модуль упругости.

Информация о статье. Дата поступления: 25 сентября 2019 г.

FINITE ELEMENT MODELING OF HETEROGENEOUS DEFORMABLE SOLIDS BASED ON THEIR SCAN RESULTS

Annotation. The work is dveoted to the development and application of high-precision mathematical models, algorithms and programs to study the heterogeneity of the mechanical characteristics of the material and the geometry of real deformable solids based on their scans, and also to apply these data to increase accuracy and realism in the finite element model when analyzing their stress-strain state.

Keywords: deformable solid, finite element method, stress-strain state, computed tomography, scanning, heterogeneity, elastic modulus.

Article info. Received 25 September, 2019.

В настоящее время при математическом конечноэлементном (КЭ) моделировании механические характеристики материала деформируемых твердых тел (ДТТ) задаются в виде усредненного значения, используемого для всей модели в целом и полученного при испытании стандартных образцов. Данное обстоятельство в расчетноинженерной практике остается вполне приемлемым. Однако на современном этапе технического развития все более широкое применение в авиакосмической отрасли, машиностроении, строительстве, медицине и др. находят полимерные композитные материалы и материалы природного происхождения. Реальное изменение механических характеристик для них сильно отличается от усредненного значения, что при анализе напряженно- деформированного состояния (НДС) КЭ моделей может привести к высокому уровню искажения результатов.

Для решения представленной проблемы в работе предлагается использовать технологию сканирования деформируемых твердых тел (рис. 1), которая дает возможность распознавания в них изменения механических характеристик материала и геометрии [1; 2], а главное, применять эти данные для повышения точности и реалистичности при математическом КЭ моделировании.



а

б

Рис. 1. Медицинский (а) и промышленный (б) томограф и полученный пакет растровых изображений сканирования ДТТ

В качестве приложения построения математической КЭ модели используются расчеты костной ткани, в виде бедренной кости и зуба человека как самая сложная структура материала.

Представленный выбор не принципиален, но обусловлен двумя важными причинами: высокой степенью неоднородности материала и индивидуальности геометрии а также высоким уровнем развития технологии сканирования компьютерным томографом.

Кроме того, в практике исследования механических характеристик костной ткани существует достаточно большое количество результатов натурных испытаний, которые необходимы для оценки точности и сходимости результатов настоящего математического моделирования [3–5]. На рис. 2 представлена технология построения КЭ моделей реальных деформируемых твердых тел на основе их КТ сканирования.

Основными этапами построения КЭ моделей реальных ДТТ на основе КТ сканирования являются [1; 6; 7]:

Этап 1: Подготовка

На начальном этапе (рис. 2, блок 1–4) проводится предварительная оценка неоднородности структуры и геометрии изучаемого ДТТ по параметрам: степень неоднородности структуры и механических характеристик; особенность и степень нерегулярности геометрии, наличие контактирующих тел, внешние условия, обзор данных натурных испытаний и др.

В зависимости от результатов предварительной оценки изучаемого ДТТ, проводятся выбор тип КТ и формирование настроек процесса сканирования [1; 2]. Важными настройками для получения необходимого результата являются только некоторые. К ним относятся: шаг сканирования, основное и дополнительные направления сканирования, размер и тип формата полученных данных сканирования, которые формируются в виде растровых изображений сечений ДТТ. Каждое из этих изображений сохраняется в памяти компьютера в виде матрицы индексов цвета.

Этап 2: Обработка данных сканирования и натурных испытаний

Геометрия сечения деформируемого твердого тела определяется двумя компонентами: внешним контуром и контурами внутренней структуры. Для реализации их построения используются два этапа.

На первом этапе, проводится выделение областей с ярко выраженными изменениями механических характеристик материала с целью построения предварительных контуров и определение временного центра тяжести (рис. 3).

На втором этапе относительно контуров, полученных на первом этапе, проводится уточнение геометрии сечения, которое осуществляется с использованием математической модели анализа максимального градиента изменения индекса цвета пикселя. Полученные контуры всех сечений ДТТ объединяются для создания каркасной модели (рис. 4) относительно направления КТ сканирования. Расстояние между сечениями равно шагу сканирования.

Если геометрия ДТТ носит некоторый регулярный характер, то наиболее оптимальным является переход от каркасной модели геометрии сразу к генерации сетки КЭ модели с использованием конечных элементов (КЭ) типа гексаэдр.

System Analysis & Mathematical Modeling. 2019. T. 1, № 1



Рис. 2. Общая блок-схема математического моделирования ДТТ с неоднородными механическими характеристиками материала и геометрией на основе сканирования



Рис. 3. Предварительное построение контура геометрии и внутренней структуры ДТТ с помощью специальных функций «0–1» (а) и «0–1–2» (б)



Рис. 4. Каркасная модель геометрии сечений зуба (а), верхней части зуба (б) и кости (в) человека

Если геометрия ДТТ носит нерегулярный характер, то дополнительно после формирования каркасной модели ДТТ на её основе осуществляется построение объёмной твердотелной геометрической модели. Дальнейшее здесь моделирование связано с генерацией КЭ сетки в твердотельной геометрической модели с использованием КЭ типа тетраэдр.

Далее для построения КЭ модели ДТТ необходимо определиться с его механическими характеристиками материала. В настоящей работе в отличие от существующей практики осреднения для решения задачи моделирования неоднородности материала используется принцип, построенный на двух составляющих: — пиксельной характеристики растровых изображений сканирования; и — данных испытаний стандартных образцов.

Принцип определения этой неоднородности заключается в том, что необходимо вычисление зависимости между значениями индексов цвета и структурой механических характеристик материала. При этом, последовательно выполняются следующие действия [1; 6; 7]:

 вычисляется весовой коэффициент для определения модуля упругости относительно значения индекса цвета пикселей;

 совмещаются узлы сетки КЭ модели с координатами пикселей;

 определяются механические характеристики материала узлов и элементов КЭ модели;

— осуществляется преобразование структуры данных в виде файла *.pcl для возможности использования в КЭ модели.

Этап 4: Построение КЭ модели ДТТ в целом.

Результатом выполнения всех предыдущих этапов является КЭ модель, в которой представлено поле изменения модуля упругости, как основной механической характеристики ДТТ и индивидуальность его геометрии (рис. 5).



Рис. 5. Распределение модуля упругости бедренной кости в КЭ модели с использованием типа конечных элементов ТЕТ (а) и НЕХ (б)

Анализируя результат, представленный на рис. 5 необходимо отметить, что область сечения имеет условно две зоны: силовую, где Е изменяется от 1,7Е4 МПа до 2,1Е4 МПа; и не силовую, где Е изменяется от 0,8Е4 МПа до 1,7Е4 МПа.

Доказательство точности и сходимости представленного численного решения приведено в работах [7; 8].

Этап 5: Проведение анализа НДС КЭ моделей ДТТ

Ниже на рис. 6 представлены результаты анализа НДС КЭ моделей зуба человека в челюсти в виде распределения эквивалентных напряжений (показаны в некотором срединном сечении). Эти результаты представлены в сравнении: — на рис. 6, 6 приведены напряжения при использовании моделирования структуры механических характеристик, полученных на основе сканирования; — на рис. 6, в приведены напряжения при использовании осреднения механических характеристик в КЭ модели.

Результаты анализа напряженно-деформированного состояния их КЭ моделей показывают, что:

 с моделированием неоднородности материала результат совершен подходит для реальной работы зуба человека, что в структуре зуба, эмаль и дентин воспринимают нагрузку.

— без учета моделирования неоднородности, полученная картинка напряжений в сечении не характеризует реальным принципом его работы.





Рис. 6. Результат анализа НДС — эквивалентное напряжение КЭ модели зуба (а)с учетом реального изменения механических характеристик материала (б) и без учета этого изменения (усредненного значения) (в)

Результаты анализа напряженно-деформированного состояния их КЭ моделей показывают, что:

с моделированием неоднородности материала, результат совершен подходит для реальной работы зуба человека,
что в структуре зуба, эмаль и дентин воспринимают нагрузку.

— без учета моделирования неоднородности, полученная картинка напряжений в сечении не характеризует реальным принципом его работы.

Заключение: Представленный комплекс математических методов моделирования интерпретации растровых изображений сканирования КТ, позволяет проводить построение КЭ моделей для любых сложных структур механических характеристик материала реальных ДТТ и их индивидуальной геометрии.

Результаты решения контактной задачи взаимодействий ДТТ также подтверждают точность и надежность применения представленной технологии КЭ моделирования на основе сканирования реальных ДТТ с учетом неоднородности механических характеристик материала и индивидуальности геометрии.

Разработанная технология математического моделирования может быть применена для любых физических принципов сканирования, таких как рентгеновский, ультразвуковой, лазерный и др. и для любых типов материалов, когда полученная в результате сканирования информация сформирована в виде цифрового (растрового) изображения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хофер М. Компьютерная томография. Базовое руководство / М. Хофер. – Москва: Мед. Лит., 2011. – 224 с.

2. Порев В. Н. Компьютерная графика / В. Н. Порев. — Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2002. — 432 с.

3. Утенькин А.А. Исследование механических свойств компактного вещества кости как анизотропного материала: дисс. канд. техн. наук / А.А. Утенькин. – Рига, 1974. – 199 с.

4. Саулгозис Ю. Ж. Механические свойства конструктивного биополимера — компактной ткани человека: дисс. канд. техн. наук / Ю. Ж. Саулгозис. — Рига, 1975. — 142 с.

5. Чуйко А. Н. Определение основных механических характеристик костных тканей на базе данных компьютерной томографии / А. Н. Чуй-ко, И. А. Шинчуковский // Современная стоматология. — 2011. — № 1. — С. 90–98.

6. Пыхалов А.А. Математическое моделирование для компьютерной обработки сканирования твердых деформируемых тел при построении и анализе их конечно-элементных моделей / А.А. Пыхалов, В.Л. Зыонг, О.П. Белозерцева // Вестник Иркутского государственного технического университета. — 2018. — Т. 22, № 3. — С. 93–111.

7. Зыонг В. Л. Интерполяция геометрии и неоднородности материала деформируемых тел при построении их объемных моделей методом конечных элементов на основе сканирования компьютерным томографом / В. Л. Зыонг, А. А. Пыхалов, С. Р. Татарникова // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. — 2017. — № 3 (55). — С. 10–18.

8. Пыхалов А. А. Исследование точности численного решения методом конечных элементов анализа напряженно-деформированного состояния образцов из костной ткани на основе данных компьютерного томографа и натурного эксперимента / А. А. Пыхалов, В. П. Пашков, В. Л. Зыонг // Вестник Иркутского государственного технического университета. — 2017. — Т. 21, № 4. — С. 47–56.

REFERENCES

1. Hofer M. CT Teaching Manual. Georg Thieme Verlag, 2000. 176 p. (Russ. ed.: Hofer M. Komp'yuternaya tomografiya. *Bazovoe rukovodst*vo. Moscow, Meditsinskaya literatura Publ., 2011. 224 p.).

2. Porev V.N. *Komp'yuternaya grafika* [Computer graphics]. Saint Petersburg, BHV-Peterburg Publ., 2002. 432 p.

3. Uten'kin A. A. Issledovanie mekhanicheskikh svoistv kompaktnogo veshchestva kosti kak anizotropnogo materiala. Kand. Diss. [Investigation of the Mechanical Properties of Compact Bone Tissue as an Anisotropic Material. Cand. Diss.]. Riga, 1974. 199 p.

4. Saulgozis Yu. Zh. Mekhanicheskie svoistva konstruktivnogo biopolimera – kompaktnoi tkani cheloveka. Kand. Diss. [Mechanical Properties of the Structural Biopolymer of Human Compact Bone Tissue]. Riga, 1975. 142 p.

5. Chuiko A.N. Определение основных механических характеристик костных тканей на базе данных компьютерной томографии. Determination of the basic mechanical characteristics of bone tissue based on computed to-mography data. *Sovremennaya stomatologiya* = *Modern dentistry*, 2011, no. 1, pp. 90–98. (In Russian).

6. Pykhalov A. A., Duong V. L., Belozertseva O. P. Mathematical Modeling for Computer Processing of Scans of Deformable Solids under Construction and Analysis of their Finite Element Models. *Vestnik Irkutsk*ogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta = Proceedings of Irkutsk State Technical University, 2018, vol. 22, no. 3, pp. 93-111. (In Russian).

7. Duong V. L., Pykhalov A. A., Tatarnikova S. R. Interpolation of Geometry and Inhomogeneity of Material of Deformable Solids when Constructing their 3D Models with the Finite Elements Method Based on the Computer Tomograph Scanning. Sovremennye tekhnologii. *Sistemnyi analiz. Modelirovanie = Modern technologies. System analysis. Modeling.* 2017, no. 3 (55), pp. 10–18. (In Russian).

8. Pykhalov A. A., Pashkov V. P., Duong V. L. Studying Accuracy of Finite Element Method-wise Numerical Solution of the Stress-strain State Analysis of Samples Made of Inhomogeneous Structure Materials Based on Computerized Tomography Scanning and Field Experiment Data. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta = Proceedings of Irkutsk State Technical University*, 2017, vol. 21, no. 4, pp. 47–56. (In Russian).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Зыонг Ван Лам — аспирант, Иркутский национальный исследовательский технический университет, г. Иркутск, Российская Федерация; e-mail: bright1388@gmail.com.

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Zyong Van Lam – post-graduate student, Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russian Federation; e-mail: bright1388@gmail.com.